UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

JEFFERSON RAMPAZO AMADEU

SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA DE PREÇOS NO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA

CAMPINAS

2020

JEFFERSON RAMPAZO AMADEU

SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA DE PREÇOS NO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA

Dissertação de Mestrado apresentada a Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo da Unicamp, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na Área de Recursos Hídricos, Energéticos e Ambientais.

Orientador: Prof. Dr. PAULO SERGIO FRANCO BARBOSA

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO DEFENDIDA PELO ALUNO JEFFERSON RAMPAZO AMADEU E ORIENTADO PELO PROF. DR. PAULO SERGIO FRANCO BARBOSA.

ASSINATURA DO ORIENTADOR

_____

CAMPINAS

2020

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

A12s

Amadeu, Jefferson Rampazo, 1988-
Simulação estocástica de preços no mercado brasileiro de energia elétrica / Jefferson Rampazo Amadeu. – Campinas, SP : [s.n.], 2020.

Orientador: Paulo Sergio Franco Barbosa.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo.

1. Energia elétrica - Comercialização. 2. Administração de risco - Métodos de simulação. 3. Preços. 4. Séries temporais. 5. Método de Monte Carlo. I. Barbosa, Paulo Sergio Franco, 1957-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Stochastic simulation of prices in the brazilian electricity market
Palavras-chave em inglês:
Electricity - Commercialization
Risk management - Simulation methods
Prices
Time series
Monte Carlo method
Área de concentração: Recursos Hídricos, Energéticos e Ambientais
Titulação: Mestre em Engenharia Civil
Banca examinadora:
Paulo Sergio Franco Barbosa [Orientador]
Rosângela Ballini
José Anderson do Nascimento Batista
Data de defesa: 06-10-2020
Programa de Pós-Graduação: Engenharia Civil

Identificação e informações acadêmicas do(a) aluno(a)
- ORCID do autor: https://orcid.org/0000-0003-3256-7223
- Currículo Lattes do autor: http://lattes.cnpq.br/1310522400260545

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA CIVIL, ARQUITETURA E URBANISMO

SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA DE PREÇOS NO MERCADO BRASILEIRO DE ENERGIA ELÉTRICA

JEFFERSON RAMPAZO AMADEU

Dissertação de Mestrado aprovada pela Banca Examinadora, constituída por:

Prof. Dr. PAULO SERGIO FRANCO BARBOSA

Presidente e Orientador/UNICAMP

Profa. Dra. ROSÂNGELA BALLINI

UNICAMP

Prof. Dr. JOSÉ ANDERSON DO NASCIMENTO BATISTA

UNICAMP

A Ata da defesa com as respectivas assinaturas dos membros encontra-se no SIGA/Sistema de Fluxo de Dissertação/Tese e na Secretaria do Programa da Unidade.

Campinas, 06 de outubro de 2020

RESUMO

A comercialização de energia oferece grandes oportunidades de ganho, mas também a exposição ao risco devido à volatilidade dos preços. Um modelo de preço aderente ao mercado é um elemento-chave da análise de risco por empresas atuantes no mercado de eletricidade e representa uma forte ferramenta para fornecer um melhor entendimento da dinâmica do mercado. Este trabalho aplica Simulação de Monte-Carlo aliada ao Movimento Browniano Geométrico e a decomposição de Cholesky, procedimentos estocásticos amplamente utilizados nos mercados financeiro e de ações, para simular curvas estocásticas de preços futuros para o mercado brasileiro de energia, com foco no submercado Sudeste/Centro-Oeste, que corresponde à maior parte da comercialização de energia no país. Os resultados deste trabalho representam convenientemente a incerteza nos preços do mercado brasileiro de energia, demonstrando resultados robustos mesmo quando aplicados para os recentes períodos de alta volatilidade que o mercado brasileiro vem passando devido às crises hídricas e econômicas desde o ano 2012 até a recente crise com a pandemia de 2020. Ao fim, um caso prático de otimização de portfólio consolida a utilização das ferramentas estocásticas propostas neste trabalho como dados de entrada para a solução do problema de uma comercializadora de energia.

ABSTRACT

Energy trading offers great gain opportunities but also exposure to risk due to price volatility. A proper price model is a key element of risk analysis by electricity market traders and represents a strong tool for providing a better understanding of market dynamics. This work applies Monte-Carlo simulation combined with the Brownian Geometric Movement and the Cholesky decomposition, stochastic procedures widely used in the financial and stock markets, to simulate stochastic curves of future prices for the Brazilian energy market, with focus on the Southeast/Midwest submarket, which accounts for the majority of the energy commercialization in the country. The results of this work conveniently represent the uncertainty in the prices of the Brazilian energy market, demonstrating robust results even when applied to the recent periods of high volatility that the Brazilian market has been going through due to hydric and economic crises from the year 2012 until the recent crisis with the 2020 pandemic. Finally, a practical case of portfolio optimization consolidates the use of the stochastic tools proposed in this work as input data for solving the problem of an energy trading company.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Índice de rotatividade – relação entre energia comercializada e consumida....15
Figura 2 – Países com maior capacidade instalada hidráulica 18
Figura 3 – Faixas de preços de curto-prazo no mercado brasileiro e Nord Pool/N2EX.....19
Figura 4 – Histórico do PLD mensal e Curvas Futuras semanais por maturidade.....25
Figura 5 – *Box-plot* de produtos futuros.....26
Figura 6 – Preços de leilões regulados por maturidade (R$/MWh) 26
Figura 7 – Exemplo gráfico de métricas de risco 31
Figura 8 – Exemplos de pontos ótimos de acordo com pesos ω para o retorno 32
Figura 9 – Box-plot dos log-retornos para cada maturidade.....38
Figura 10 – Log-Retornos para as maturidades M+0 e A+4.....39
Figura 11 – Cenários estocásticos para janeiro de 2019.....41
Figura 12 – Cenários estocásticos para fevereiro de 2019.....41
Figura 13 – Cenários estocásticos para a primeira semana de março de 2019 42
Figura 14 – Cenários estocásticos para a primeira semana de abril de 2019 42
Figura 15 – Cenários estocásticos para a primeira semana de maio de 2019 43
Figura 16 – Cenários estocásticos para a primeira semana de junho de 2019 43
Figura 17 – Resultado da otimização: (-) vendas e (+) compras, em MWm 46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Comparação entre mercado brasileiro e Nord Pool/N2EX.....19
Tabela 2 – Mercados de energia elétrica da América do Sul.....20
Tabela 3 – Exemplo de métricas de curva forward.....24
Tabela 4 – Observações, Médias e desvio-padrões dos log-retornos por maturidade.....38
Tabela 5 – Erro quadrático médio para desvio-padrão 4 semanas à frente 39
Tabela 6 – Matriz de autocorrelação das curvas *forward* 40
Tabela 7 – Matriz L da decomposição de Cholesky 40
Tabela 8 – Matriz de autocorrelação das séries estocásticas.....44
Tabela 9 – Frequência de semanas com realização fora do IC de 95%.....44
Tabela 10 – Resultado da Otimização para a Função Objetivo, em R$ Milhões.....46
Tabela 11 – Marcação a mercado das posições inicial e otimizada 47

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A+0	Produto para entrega de quatro meses à frente ao final do ano
A+1	Produto para entrega no ano seguinte
A+2	Produto para entrega dois anos à frente
A+3	Produto para entrega três anos à frente
A+4	Produto para entrega quatro ou mais anos à frente
ACL	Ambiente de Contratação Livre
ACR	Ambiente de Contratação Regulado
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal de Operação
CVaR	*Conditional-Value-at-Risk*
EWMA	*Exponentially weighted moving average*
IEA	*Internacional Energy Agency*
MM	Média móvel
M+0	Produto para entrega no mês atual
M+1	Produto para entrega no próximo mês
M+2	Produto para entrega dois meses à frente
M+3	Produto para entrega três meses à frente
MBG	Movimento Browniano Geométrico
MCP	Mercado de Curto-Prazo
N	Norte
NE	Nordeste
ONS	Operador Nacional do Sistema
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
S	Sul
SE-CO	Sudeste/Centro-Oeste
VaR	*Value-at-Risk*

LISTA DE SÍMBOLOS

$\boldsymbol{Xt}$	Log-retorno para da semana *t*
$\boldsymbol{xt}$	*Preço para a semana t*
$\boldsymbol{t}$	Número da semana avaliada
$\boldsymbol{n}$	Número total de semanas avaliadas
$\boldsymbol{\mu}$	Média
$\boldsymbol{\sigma}$	Desvio padrão
$\boldsymbol{A}$	Matriz hermitiana a decomposta via decomposição de Cholesky
$\boldsymbol{L}$	Matriz triangular resultante da decomposição de Cholesky
$\boldsymbol{S}$	Preço de mercado
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Variável aleatória com distribuição normal
$\boldsymbol{Z}$	Matriz de variáveis aleatórias com distribuição normal
$\boldsymbol{\alpha}$	Parâmetro de probabilidade para o cálculo de risco
$\boldsymbol{\omega}$	Parâmetro de ponderação do risco-retorno
$\boldsymbol{\lambda}$	Parâmetro de esquecimento do EWMA
$\boldsymbol{CVaR_{\alpha}}$	*Conditional-Value-at-Risk* para probabilidade α
$\boldsymbol{VaR_{\alpha}}$	*Value-at-Risk* para probabilidade α
$\boldsymbol{R}$	Distribuição de resultados financeiros
$\boldsymbol{\rho_m}$	Volume de energia a ser negociado no mês m
$\boldsymbol{F_m}$	Preço de mercado atual para o mês m
$\boldsymbol{S_{m,i}}$	Preço de mercado futuro para o mês m e série i
$\boldsymbol{\theta_m}$	Volume exposto atual do tomador de decisão para o mês m
$\boldsymbol{z_i}$	Variável auxiliar de cálculo para cada série i
$\boldsymbol{P}$	Restrição de exposição mínima final para o otimizador

SUMÁRIO

1 Introdução 13
1.1 Motivação 13
1.2 Objetivos 15
1.3 Estrutura do Trabalho 16
2 Aspectos do Mercado de Energia Elétrica 17
2.1 Comparativo com Mercados Internacionais 17
2.2 Regulação Do Mercado Brasileiro 21
2.3 Formação De Preços Futuros 23
3 Modelagem De Risco 28
3.1 Geração De Séries Estocásticas 28
3.2 Métricas De Risco 30
3.3 Otimização De Risco 31
4 Metodologia 33
4.1 Padronização de Séries 33
4.2 Matriz De Correlação 34
4.3 Decomposição de Cholesky 34
4.4 Movimento Browniano Geométrico 35
4.5 Conditional Value-at-Risk 35
4.6 Modelo de Risco – Otimizador de Portfolio 36
5 Resultados e Discussão 38
5.1 Log-Retornos 38
5.2 Matriz de Correlação 39
5.3 Decomposição de Cholesky 40
5.4 Simulação de Monte-Carlo 40
5.5 Modelo de Risco – Otimizador de Portfolio 45

6 Conclusão....48
Referência Bibliográfica....50
Anexo I – Artigo publicado no periódico Energy Systems 53
Anexo II – Código Fonte PL....66

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A energia elétrica é uma das principais formas de energia utilizada no mundo, dado suas características de fácil transporte e conversão, sendo presente em praticamente todas as áreas econômicas e impactando no preço de produtos de toda a cadeia de produção de um país. A gestão de contratação de energia é, portanto, parte essencial da economia de um país, quer seja pelos agentes de mercado ou pelo governo.

A comercialização de energia elétrica oferece grandes oportunidades de ganho, mas também a exposição ao risco devido à volatilidade dos preços. Um modelo de preço adequado é um elemento-chave da análise de risco por empresas atuantes no mercado de eletricidade e representa uma forte ferramenta para fornecer um melhor entendimento da dinâmica do mercado.

O mercado brasileiro de energia elétrica adota a programação centralizada de recursos para sua formação de preços, com base em uma cadeia de modelos de otimização estocástica (BARROSO, 2005). Atualmente, a maioria das análises de risco de comercialização neste mercado se baseia nos cenários de preços marginais derivados destes modelos, como mostram os trabalhos de MELO et al. (2018), NASCIMENTO et al. (2018) e de OLIVEIRA et al. (2019). No entanto, como os cenários são produtos de dados operacionais e de variáveis climáticas estocásticas, tendências hidrológicas imprecisas e erros em dados de modelagem de usinas podem ter um impacto significativo nos cenários de preços usados.

Com a modernização proposta pelo governo para o mercado elétrico brasileiro, baseada nos resultados da Consulta Pública nº 33/2017 (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2017), cada vez mais se discute a adoção de um modelo de mercado baseado na oferta de preços horários de compra e venda de energia elétrica, o que pode tornar obsoletos os modelos usados hoje para formação de preços deste mercado.

Também no contexto da modernização do setor está a crescente liberalização da contratação de energia com diretrizes claras expostas na Portaria nº 514/2018 (MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA, 2018). Esta liberalização trata de fato sobre o que já ocorreu em diversos países do mundo, permitindo uma maior participação de consumidores menores na gestão dos preços e volumes de sua aquisição e gestão de energia, ampliando as possibilidades de negociação e, consequentemente o volume transacionado neste mercado.

Há de se destacar que o suprimento físico se manterá por meio das distribuidoras de energia, concessionárias de serviços de distribuição e com tarifas reguladas pelo governo, dado o monopólio natural determinado pelo alto investimento em infraestrutura necessário para a prestação de serviço de entrega de energia para cada cliente e consequente impossibilidade econômica da competição plena de duas ou mais empresas em uma mesma região. Ou seja, o serviço de transporte (transmissão e distribuição) continua sendo operado em forma não competitiva, como concessão para operação em monopólio. Atualmente, clientes de baixo consumo são obrigados a comprar energia das distribuidoras, que por sua vez obtém energia através de leilões centralizados pelo governo, que podem nem sempre representar o menor custo ao consumidor final. A separação total do serviço de distribuição e do serviço de comercialização é parte importante do que se discute atualmente também no contexto da modernização do setor energético brasileiro.

Haja vista esta tendência de liberalização do mercado brasileiro, amplia-se o volume negociado no mercado de energia e o espaço disponível para a atividade de comercialização. Agentes como as comercializadoras de energia vem aumentando em número e diversificação de suas funções, aumentando a liquidez do mercado, que no final de 2019 alcançou patamar acima de 5 vezes quanto ao índice de rotatividade apresentado na Figura 1 (CCEE, 2020), e apresentando a consumidores e geradores muitas opções para a comercialização de energia.

Figura 1 – Índice de rotatividade – relação entre energia comercializada e consumida

É necessário, porém, observar que a entrada de novos agentes no setor de comercialização pode apresentar riscos à cadeia de suprimentos, caso estes agentes não sejam diligentes na análise dos riscos inerentes à este mercado, conforme casos observados em notícias do início do ano de 2019 (REUTERS, 2019), onde algumas comercializadoras de energia tomaram alto risco e acabaram surpreendidas por disparada de preços no mercado, levando à insolvência de sua situação e imputando prejuízo a diversos outros participantes.

Tais notícias vêm trazendo à tona o tema de análise de risco de comercialização de energia, seja por parte das empresas como por parte dos órgãos reguladores e fiscalizadores, como ferramenta essencial à manutenção da segurança do mercado de energia brasileiro.

Apesar das metodologias existentes para a gestão de comercialização, a agenda para o desenvolvimento de novas pesquisas ainda está aberta, principalmente considerando condições regulatórias específicas e a dinâmica dos mercados de energia em desenvolvimento.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é a geração de séries estocásticas de preços de energia aderentes ao mercado brasileiro de energia, especificamente ao submercado

Sudeste/Centro-Oeste, detentor do maior volume de transações de energia neste mercado. Para esta geração de séries é proposta a utilização de técnicas de simulação de Monte-Carlo, Movimento Browniano Geométrico e decomposição de Cholesky, consagradas no mercado financeiro.

Como objetivos secundários, este trabalho busca i) apresentar métricas de risco aplicáveis na gestão de riscos na comercialização de energia e ii) aplicação da metodologia de geração de séries estocásticas de preços de energia propostas no trabalho em um modelo de otimização linear visando auxílio à tomada de decisão na gestão de portfólio de contratos de energia.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho se divide em cinco capítulos. O Capítulo 2 apresenta aspectos gerais do mercado de energia brasileiro e paralelos com outros mercados de energia. O Capítulo 3 aborda a modelagem de risco e as técnicas a serem utilizadas neste trabalho. O Capítulo 4 trata das metodologias matemáticas e o Capítulo 5, dos resultados obtidos. O Capítulo 6 apresenta as conclusões finais do trabalho. Por fim, são listadas as referências bibliográficas e se apresenta artigo publicado pelo autor no periódico internacional *Energy Systems - Optimization, Modeling, Simulation, and Economic Aspects* da editora *Springer* (Heidelberg, Alemanha - https://www.springer.com/journal/12667), indexado nas bases *Scopus* (fator de impacto: 2.74) e *Web of Science* (AMADEU e BARBOSA, 2020).

2 ASPECTOS DO MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA

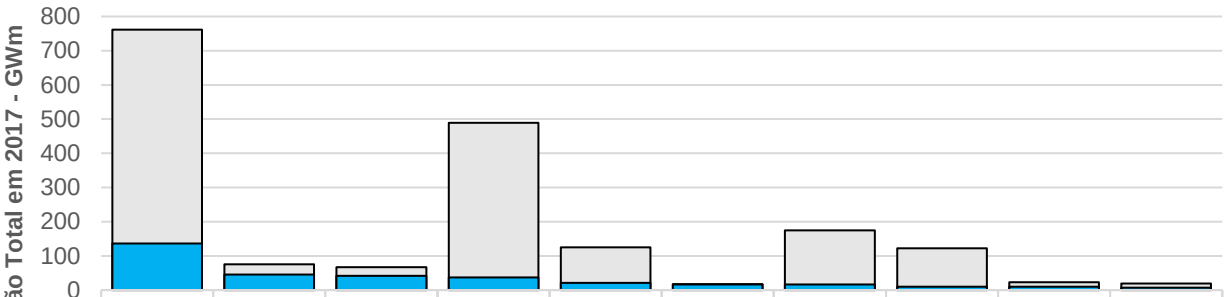
Mercados de energia são reflexo do tipo de governo e recursos disponíveis em cada país ou região. Não há um modelo melhor ou pior, mas sim modelos que se adequam mais à realidade de cada local. Tendo isto em vista, este capítulo visa trazer um panorama do mercado brasileiro em relação a alguns mercados internacionais, focando nos preços praticados nestes mercados e aprofundando na regulação do caso brasileiro.

2.1 COMPARATIVO COM MERCADOS INTERNACIONAIS

O mercado brasileiro de energia apresenta elevada volatilidade de preços, resultado da alta presença de fontes intermitentes em sua matriz energética (CASTRO et al., 2014), especialmente a fonte hidrelétrica, que em 2019 correspondeu a 61% da capacidade instalada no país (ANEEL, 2019). Embora este tipo de fonte seja confiável e se torne progressivamente mais acessível ao longo do tempo, ela depende de recursos naturais intermitentes como insolação, vento e chuvas. No caso brasileiro, usinas térmicas, em geral bem mais caras que as fontes alternativas, são despachadas em casos de secas severas, gerando assim altos preços no mercado de energia para produtos com entrega no curto-prazo.

Dados da Agência Internacional de Energia (INTERNATION ENERGY AGENCY, 2020) mostram que em 2017, o Brasil foi o oitavo país com a maior quantidade de energia elétrica gerada, sendo o terceiro com a maior geração de fontes hidroelétricas, atrás da China e Canadá. A Figura 2 apresenta os dez maiores países em geração de energia elétrica hidráulica em 2017 segundo a IEA, dos quais o Brasil é o segundo país com a maior participação em fonte hidráulica, atrás da Noruega, que gerou aproximadamente um quarto da geração total brasileira naquele ano. Existe uma grande diferença entre estes dois países, dado que o Brasil é um país em desenvolvimento, com o consumo em expansão, além de possuir períodos mais extremos de secas do que o país escandinavo (CRAMTON, 2017).

Figura 2 – Países com maior capacidade instalada hidráulica



	China	Canadá	Brasil	Estados Unidos	Rússia	Noruega	Índia	Japão	Vietnã	Suécia
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
Total	762	75	67	489	125	17	175	122	23	19
Hidro	136	45	42	37	21	16	16	10	10	7
%	18%	60%	63%	8%	17%	96%	9%	8%	45%	40%

Há de se destacar também a origem das vazões hidrológicas brasileiras, dependentes exclusivamente de chuvas, ao contrário de dos países nórdicos, Canadá e China, que possuem grande parte de suas vazões decorrentes do degelo de neve acumulada durante o inverno. Tal fato permite a medição desse acúmulo de neve e uma previsão mais assertiva de vazões ao longo do verão e, consequentemente, um despacho energético mais próximo da operação ótima do sistema, trazendo menor volatidade de preços no curto-prazo. Já a previsibilidade em termos interanuais é igualmente precária, como no Brasil.

O Nord Pool é um dos mercados de energia líderes na Europa, operando na Noruega, Dinamarca, Suécia, Finlândia, Estônia, Letônia, Lituânia, Alemanha e no Reino Unido (N2EX) e mantém uma base de dados de preços aberta ao público em sua página na internet (NORD POOL, 2020). A fim de se comparar os preços deste mercado com o mercado brasileiro, foi realizada a conversão dos valores em Euro para Reais, utilizando o valor de câmbio destas moedas na data de fechamento de cada mês. A evolução histórica dos preços máximos e mínimos para as diversas regiões do Brasil e do Nord Pool são apresentados na Figura 3. Dados estatísticos destes preços mensais para cada região disponível nos mercados estudados são apresentados na Tabela 1. A volatilidade dos preços de curto-prazo no Mercado brasileiro é cerca de três a seis vezes maiores que os preços dos mercados europeus.

Figura 3 – Faixas de preços de curto-prazo no mercado brasileiro e Nord Pool/N2EX

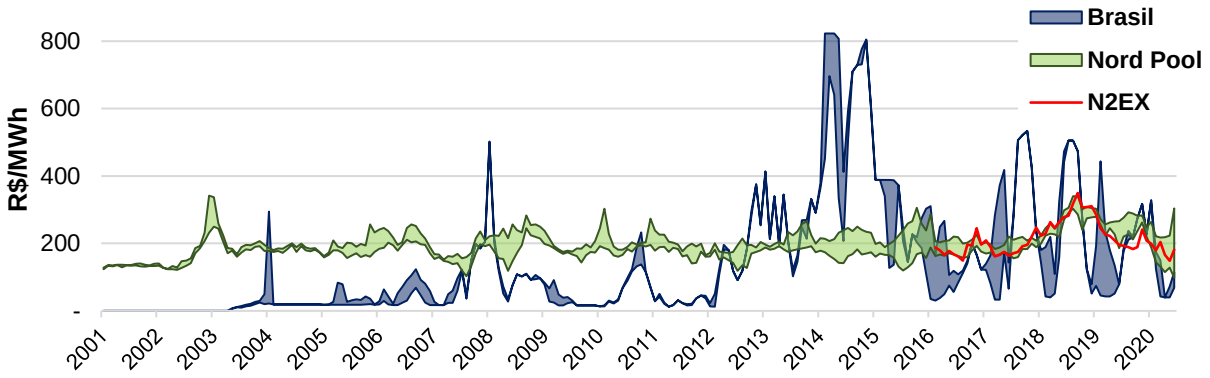


Tabela 1 – Comparação entre mercado brasileiro e Nord Pool/N2EX

Mercado	País	Região	Tamanho das séries (meses)	Preço Médio (R$/MWh)	Desvio Padrão (R$/MWh)	Coeficiente de Variação
Brasil		SE/CO	206	169,07	186,99	111%
		S	206	166,69	184,50	111%
		NE	206	168,54	183,98	109%
		N	206	147,89	170,13	115%
Nord Pool Elspot	**Suécia**	SE	130	104,47	42,58	41%
		SE1	104	115,07	44,44	39%
		SE2	104	115,09	44,42	39%
		SE3	104	118,21	43,41	37%
		SE4	104	122,39	44,22	36%
	Finlândia	FI	234	117,28	44,28	38%
	Dinamarca	DK1	234	110,06	36,91	34%
		DK2	234	116,19	42,74	37%
	Noruega	Oslo	234	103,89	45,88	44%
		Kr.sand	234	102,97	44,99	44%
		Bergen	234	102,95	45,29	44%
		Molde	234	108,83	44,34	41%
		Tr.heim	234	108,82	44,34	41%
		Tromsø	234	106,75	44,01	41%
	Estônia	EE	123	133,61	41,27	31%
	Letônia	LV	84	165,39	41,72	25%
	Lituânia	LT	96	160,36	41,51	26%
	Áustria	AT	11	158,64	30,94	20%
	Bélgica	BE	11	149,05	35,01	23%
	Alemanha/Lux	DE-LU	11	145,65	30,23	21%
	França	FR	11	148,99	39,01	26%
	Holanda	NL	11	156,19	27,67	18%
N2EX	**Reino Unido**	UK	53	213,85	48,42	23%

Este trabalho tem foco na análise e modelagem de preços de mercado de balcão (contratos bilaterais) para a região Sudeste/Centro-Oeste do mercado Brasileiro, que em 2019 correspondeu a 70% de toda energia comercializada no país (CCEE, 2020).

Outra importante comparação a ser feita é sobre os aspectos regulatórios do modelo brasileiro em relação a outros países. A Tabela 2 apresenta alguns aspectos relativos à abertura de mercados de energia elétrica na América do Sul e demonstra que o Brasil se posiciona atrasado em relação a alguns dos principais mercados deste continente, reforçando assim a necessidade de sua modernização.

Tabela 2 – Mercados de energia elétrica da América do Sul

País	Limites para Elegibilidade ao Ambiente Livre	Consumo Anual do País (TWh)	% Ambiente Livre	Outros Aspectos
Colômbia	Cargas > 0,1 MW ou Consumo > 55 MWh/mês	65	**35%**	✓ Leilões Diários ✓ Separação Lastro + Energia
Peru	Entre 0,2 e 2,5 MW: Há opção de ser livre Cargas > 2,5 MW: **Obrigatoriamente livre**	40	**16%**	✓ Custos marginais nodais
Chile	Entre 0,2 e 2,0 MW: Há opção de ser livre Cargas > 2,0 MW: **Obrigatoriamente livre**	70	**40%**	✓ Custos marginais nodais
Brasil	Cargas > 2,0 MW: Há opção de ser livre (desde janeiro de. 2020) Cargas > 0,5 MW: Há opção de ser livre (especial)	467	**29%**	Não possui: × Leilões Diários × Separação Lastro + Energia × Custos marginais nodais

A experiência internacional também permite destacar que mesmo com a modernização do mercado elétrico, o mercado de contratação bilateral não será extinto. Os contratos bilaterais são os instrumentos de proteção contra riscos (preço e volume) de mercado de

qualquer commodity. A experiência de mercados desenvolvidos como o mercado Nórdico (Nord Pool) revela que: a) a competição no varejo (*retail competition*) pode ser bem desenvolvida, havendo inclusive contratos com preços indexados ao preço *spot*; b) o mercado de contratos bilaterais não foi extinto (responde por cerca de dois terços do consumo do mercado todo); c) o poder de mercado ficou mitigado com a integração dos países e pulverização dos agentes de geração (BARBOSA, 2019).

2.2 REGULAÇÃO DO MERCADO BRASILEIRO

Atualmente, o Mercado brasileiro de eletricidade é dividido entre dois ambientes de contratação distintos, chamados de Ambiente de Contratação Regulado (ACR) e Ambiente de Contratação Livre (ACL). Os preços no ACR são definidos por leilões reversos centralizados pelo governo, onde os agentes vendedores com ofertas de suprimento mais competitivas (de menor preço) se habilitam a vender energia para as distribuidoras de energia, que então repassam estes custos aos consumidores cativos através de tarifas reguladas definidas pela Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL. Já os preços no ACL são definidos de forma livre, em negociações bilaterais entre vendedores de energia (tipicamente geradores e comercializadores) e compradores de energia (tipicamente comercializadores e consumidores industriais ou comerciais). Estes contratos são registrados pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE, 2019), que também é responsável por medir a quantidade de energia produzida ou consumida por cada agente do mercado e calcular o saldo entre recursos energéticos e requisitos.

Esse saldo é liquidado pelo preço de curto-prazo (denominado Preço de Liquidação das Diferenças - PLD), hoje definido semanalmente para cada nível de carga (pesada, média e leve) e para cada um dos subsistemas brasileiros, denominados Sudeste/Centro-Oeste (SE-CO), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte (N). O PLD é baseado no Custo Marginal de Operação (CMO) do sistema, limitado por um preço mínimo e um preço máximo. O ambiente de Mercado de Curto Prazo (MCP) no Brasil, portanto, não é baseado na oferta de preços de compra e venda de energia pelos agentes de mercado, como é a prática mais comum em diversos mercados mundiais. O PLD é aplicado pela CCEE (a operadora do

mercado nacional) à quantidade de energia não coberta por contratos bilaterais, valorizando as diferenças entre o total de energia contratada por um agente e o correspondente consumo efetivo ou geração do mesmo agente no mesmo período e subsistema.

As políticas de despacho de energia elétrica são determinadas pelo Operador Nacional do Sistema – ONS, utilizando uma cadeia de modelos computacionais de otimização estocástica fornecidos e mantidos pelo CEPEL (CEPEL – CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - GRUPO ELETROBRÁS, 2019), que buscam o despacho ótimo das fontes disponíveis no sistema, visando o menor custo total de operação.

O PLD é calculado semanalmente pela CCEE a partir do mesmo conjunto de modelos computacionais que são executados pelo ONS, refletindo os custos de operação do sistema em preços de mercado. Uma situação hidrológica seca geralmente representa baixos níveis de reservatório e a necessidade de geração via termelétricas, cujo custo de combustível é refletido no cálculo do preço do PLD, aumentando-o.

Embora os contratos sejam livremente negociados entre os agentes do mercado, o PLD acaba tendo um grande impacto na precificação desses contratos, principalmente para suprimentos de prazos mais curtos, onde o agente pode enfrentar riscos elevados ao ser exposto no MCP à alta volatilidade do PLD. Dessa forma, a contratação a prazo funciona como uma poderosa ferramenta de proteção, também chamada de *hedge* (CRAMTON, 2017), ao reduzir o volume de energia contabilizado para um agente a ser valorado pelo PLD.

No início de 2019, o PLD passou de 140 R$/MWh durante a primeira semana de janeiro para acima de 500 R$/MWh na terceira semana de fevereiro, levando algumas comercializadoras com posição vendida e, portanto, expostas negativamente no MCP, a fecharem suas portas. Esta situação também incentivou uma grande discussão no mercado e nos principais órgãos deste setor (REUTERS, 2019), mostrando a importância de um modelo robusto capaz de capturar possíveis cenários extremos de preços para a tomada de decisão e gerenciamento de risco de comercialização de energia, além é claro, de uma necessidade de forte diligência das empresas em seguir estas boas práticas para esta gestão de sua carteira.

2.3 FORMAÇÃO DE PREÇOS FUTUROS

O principal risco em qualquer tipo de mercado é o que se espera do futuro. A gestão deste risco gira em torno de como modelar o futuro e o quão perto da realidade este modelo será. Normalmente, as mercadorias destes mercados são armazenáveis, dando aos produtores a possibilidade de vender o produto durante janelas de preços melhores (FJELDSKÅR, 2009).

Hoje a eletricidade não é armazenável em quantidades significativas. Diferentemente da maioria das commodities, a energia produzida é instantaneamente consumida e, portanto, os preços spot desse bem dependem da oferta e da demanda no momento do fornecimento. Há um prazo para a tomada de decisões, o que leva os agentes deste mercado a um alto risco (FALBO et al., 2016). Os contratos de médio e longo prazo são essenciais nas estratégias de hedge contra a volatilidade dos preços de curto-prazo, também chamados de preços *spot*.

Esses contratos podem ser fechados diretamente entre os produtores e os consumidores finais, mas a figura dos comercializadores como especuladores dá liquidez ao mercado, impulsionando a comercialização (MAYON e PARODI, 2018) e tem um papel central na formação de preços futuros neste mercado.

Como os contratos são principalmente negociados bilateralmente entre os diferentes agentes que atuam no mercado brasileiro de energia, os preços reais das transações são confidenciais e a aquisição de dados históricos é uma tarefa complexa (LEME et al., 2015).

Uma alternativa para obter esses dados é baseada em serviços de terceiros, como o oferecido pela Dcide Ltda. (DCIDE, 2020). A ferramenta oferecida por esta empresa desde 2012 consiste em coletar a percepção de seus clientes (principalmente geradores e comercializadores) dos preços para contratos de diferentes períodos de fornecimento e classes de energia (como contratos de energia convencional com horizonte de curto prazo; contratos de energia incentivada de longo prazo e outros). Após a obtenção desses dados, a ferramenta apresenta aos seus clientes métricas estatísticas de consenso de todas as curvas de preços inseridas no sistema, sem identificar dados específicos de cada empresa,

mantendo os dados confidenciais e, oportunamente, possibilitando a análise dos preços de mercado.

As métricas fornecidas pela Dcide seguem o padrão exemplificado na Tabela 3, onde *Spread* representa um prêmio adicional ao PLD, oferecido para contratos com preço variável (PLD+*Spread*) no mês vigente; *M+X* representam produtos para X meses à frente; *A+0* representa produtos para o fechamento do ano, do *M+4* até dezembro; e *A+X*, X anos à frente, sendo que o *A+4* representa produtos de cinco ou mais anos à frente. A empresa também oferece a média e a média ponderada para cada maturidade, sendo esta última, uma ponderação criada para dar maior peso a empresas que atuam mais em determinado produto, como por exemplo, no curto-prazo.

Tabela 3 – Exemplo de métricas de curva forward

	R$/MWh		
	Média	**Média Ponderada**	**Desvio Padrão**
SPREAD	-3,97	-3,97	0,10
M+0	224,12	224,22	2,10
...	...	...	...
M+3	264,91	265,00	4,94
A+0	241,39	241,45	7,81
...	...	...	...
A+4	154,04	151,92	1,55

Estas métricas permitem entender a correlação entre diversas variáveis inerentes ao mercado de energia, como o Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), e os diferentes vencimentos dos produtos ofertados pelo mercado, variando de produtos para o mês corrente (M+0) para produtos de prazo mais longo, com fornecimento para quatro anos à frente (A+4). Essas propriedades levaram as curvas Dcide a serem um preço de referência no mercado brasileiro.

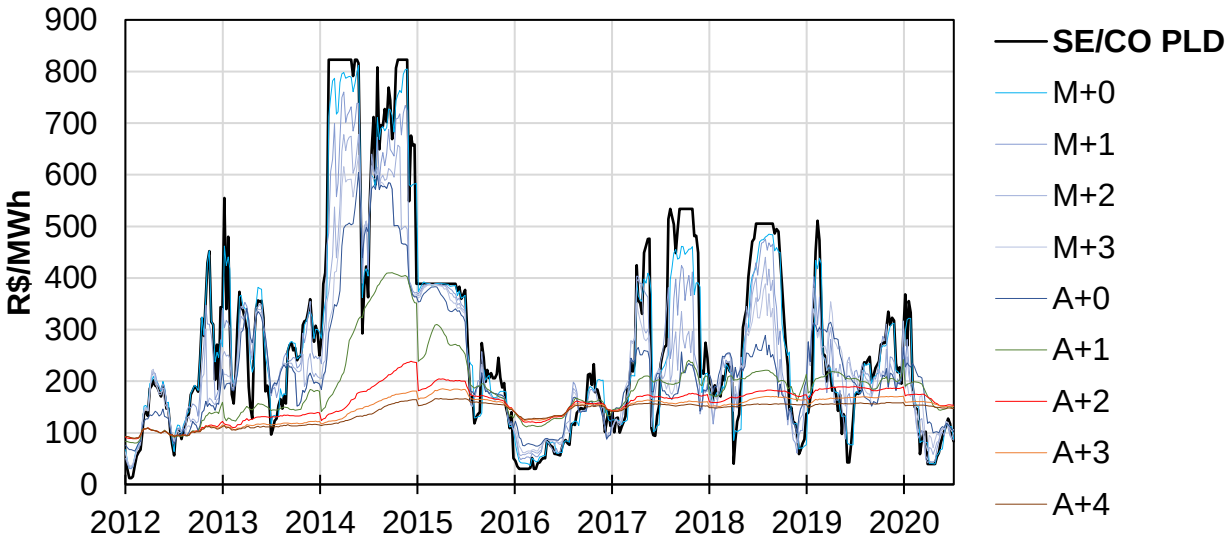
A análise da correlação entre essas curvas de preços futuros e o PLD é de extrema importância, uma vez que a última variável será utilizada para a avaliação de eventuais diferenças no saldo de agentes de mercado.

Embora o PLD tenha limites definidos anualmente pelo regulador, para 2020 respectivamente R$ 39,68/MWh e R$ 559,75/MWh, essa variável apresenta alta volatilidade, representando riscos efetivos aos agentes que não possuem o planejamento adequado de contrato e acabam expostos no MCP.

Tais exposições podem ser positivas, onde o risco em geral é menor, representado por um PLD mais baixo no momento da liquidação pela CCEE, o que pode levar a uma margem negativa ou um lucro reduzido por não ter feito a venda bilateral desse excedente de energia anteriormente, quando os preços de mercado estavam maiores para este período de fornecimento.

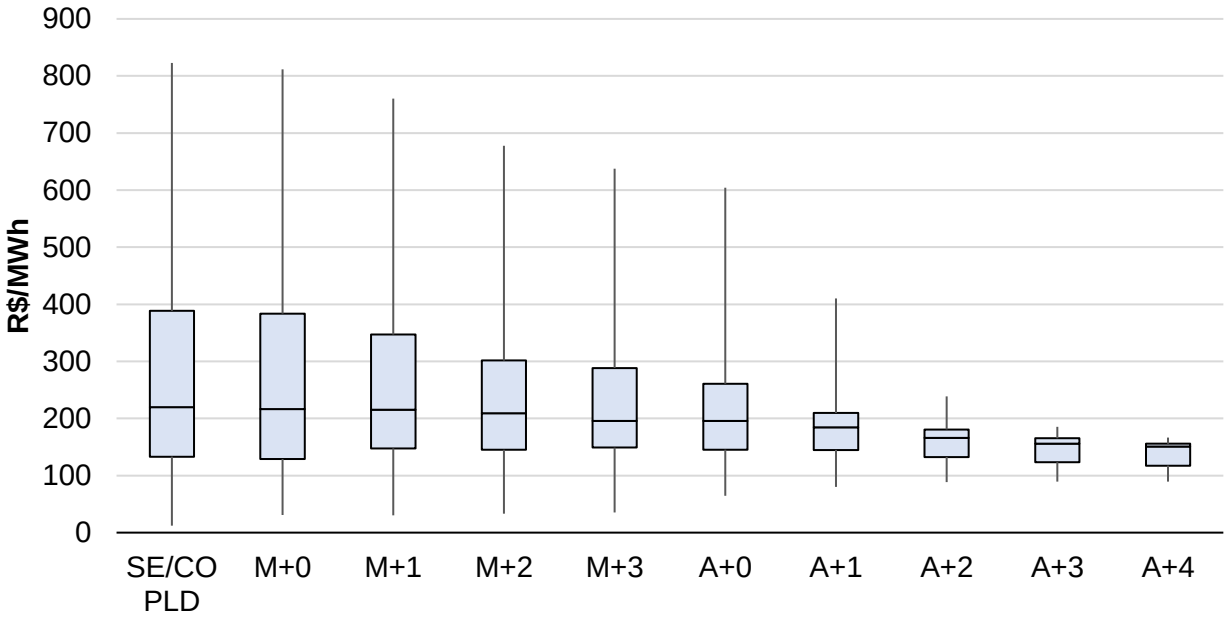
No caso de exposições negativas, cujo risco corresponde a PLD elevado, o custo de compra no mercado de curto prazo pode ser até oito vezes maior quando comparado às oportunidades de compra em anos anteriores ao fornecimento. Este fato pode ser observado no suprimento para o início do ano de 2014, onde o PLD foi superior a R$ 800/MWh, porém dois anos antes, no início de 2012, a curva futura apresentava preços próximos de R$ 100/MWh (para um produto de energia de entrega A+2), como mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Histórico do PLD mensal e Curvas Futuras semanais por maturidade



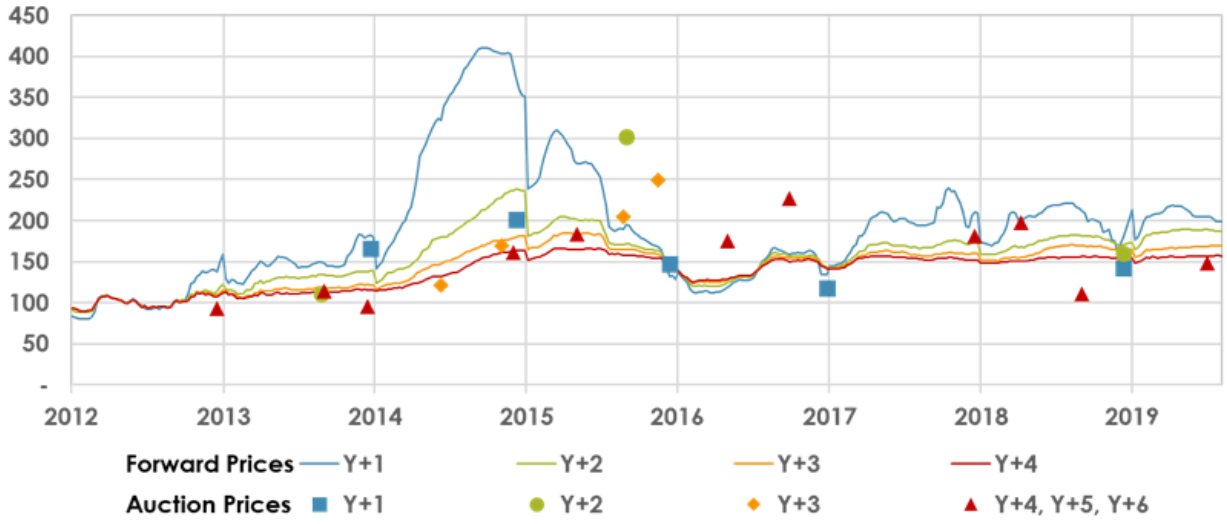
A volatilidade do produto aumenta progressivamente à medida que se aproxima do período de fornecimento, como visto no *box-plot* da Figura 5, uma vez que o PLD tem mais influência sobre os preços de mercado para suprimento no curto prazo.

Figura 5 – *Box-plot* de produtos futuros



Para prazos mais longos, outros fatores de menores volatilidades têm influência sobre os preços, como o Custo Marginal de Expansão - CME (EPE, 2018), que reflete o preço teórico da expansão do sistema pela construção de novas usinas; e os leilões regulados de energia promovidos pelo governo brasileiro para o fornecimento futuro de usinas existentes (vencimentos A+0 a A+2) e novas (usinas A+3 a A+6). Os resultados dos leilões são publicados pela CCEE e os preços dos últimos oito anos são apresentados na Figura 6.

Figura 6 – Preços de leilões regulados por maturidade (R$/MWh)



Como a frequência dos leilões públicos regulados é baixa (normalmente um leilão por ano para cada vencimento), há poucos dados para apoiar uma análise da correlação entre esses resultados e os preços de longo prazo. Além disso, cada leilão promove uma competição entre diferentes fontes de energia, exigindo um estudo mais amplo sobre os impactos entre os resultados desses leilões e os preços no mercado livre, mesmo que exista uma expectativa de alta influência na percepção do preço pelos consumidores após os resultados das vendas públicas.

3 MODELAGEM DE RISCO

A medida coerente de risco e o planejamento de comercialização no mercado de energia brasileiro devem garantir uma modelagem aderente ao mercado para os preços futuros. Ferramentas como simulação de Monte Carlo são amplamente utilizadas na análise de risco e otimização de portfólio (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000) para diferentes mercados internacionais (VESPIGNANI et al., 2018). Partindo desta grande experiência que o mercado financeiro possui na análise e controle de riscos, este trabalho buscou aplicar ferramentas já consagradas neste setor para a realidade da comercialização de energia no mercado brasileiro.

3.1 GERAÇÃO DE SÉRIES ESTOCÁSTICAS

O método de Monte-Carlo é aplicado a processos estocásticos, buscando simular os possíveis resultados numéricos de uma regra ou modelo de negócios por amostragem aleatória de suas variáveis explicativas. Diversos estudos de risco de comercialização em mercados de energia propõem o uso dessa metodologia, como os trabalhos de VÁZQUEZ et al. (2006) e de PINHEIRO-NETO et. al (2017).

A modelagem de múltiplos produtos com variâncias e correlações variáveis no tempo é de grande importância para o gerenciamento de riscos (SHIROTA et al., 2015) e várias técnicas estão disponíveis na literatura de análise financeira para esta proposta, como a decomposição de Cholesky.

Originalmente desenvolvido por André-Louis Cholesky em 1924 (BREZINSKI, 2015), a decomposição de Cholesky é amplamente utilizada em simulações de Monte Carlo, transformando séries de variáveis independentes não correlacionadas em séries de

variáveis correlacionadas (STEELE, 2010). Essencialmente, trata-se da decomposição de uma matriz hermitiana[1] definida como duas matrizes triangulares transpostas entre si.

Ao unir as simulações de Monte Carlo com a decomposição de Cholesky, é aumentada a aderência das projeções de série temporal de preços com as séries temporais observadas, incluindo nestas simulações a correlação temporal entre os diversos vencimentos disponíveis no mercado, o que pode ajudar um agente a determinar o momento ideal para comprar ou vender energia e para medir o risco relacionado a esta decisão.

A geração de séries aleatórias correlacionadas ocorre pela multiplicação da matriz triangular calculada pela decomposição de Cholesky e variáveis estocásticas. Tal aplicação será aliada ao processo estocástico chamado Movimento Browniano Geométrico – MBG, popular em análises de derivativos e risco de mercado (GIAMBIAGI e TAVARES, 2018) para a geração das séries de preços futuros de energia.

Também conhecido como processo de Wiener, o MBG tem diversas aplicações, sendo a modelagem de preços de ações no modelo de Black-Scholes (BLACK e SCHOLES, 1973) uma das aplicações mais conhecidas. A origem do nome do processo provém do movimento aleatório de partículas suspensas em fluídos, observado pela primeira vez pelo biólogo Robert Brown em 1827.

O MBG tem sido utilizado para descrever e modelar a evolução temporal dos preços horários de energia elétrica pois é capaz de capturar propriedades estilizadas das séries de preços horários em mercados que o preço é formado por leilões diários por *bids* e *asks* (EYDELAND e WOLYNIEC, 2003). Conforme destacado por HAYFAVI e TALASLI (Stochastic multifactor modeling of spot electricity prices, 2014), em aplicação do modelo MBG ao mercado de eletricidade da Turquia, os preços de curto prazo (*spot*) em mercados de eletricidade são governados pela tendência frequente de reversão à média, alta volatilidade e presença de picos. Pode também ser incluído o efeito da sazonalidade dos

[1] Uma matriz hermitiana é definida como uma matriz quadrada complexa cujo conjugado transposto é igual à matriz original. Matrizes reais simétricas (como a matriz de autocorrelação) são matrizes hermitianas.

preços *spot*, como é o caso do mercado Nórdico, com alta presença de hidroeletricidade na produção anual (WERON et al., 2004).

3.2 MÉTRICAS DE RISCO

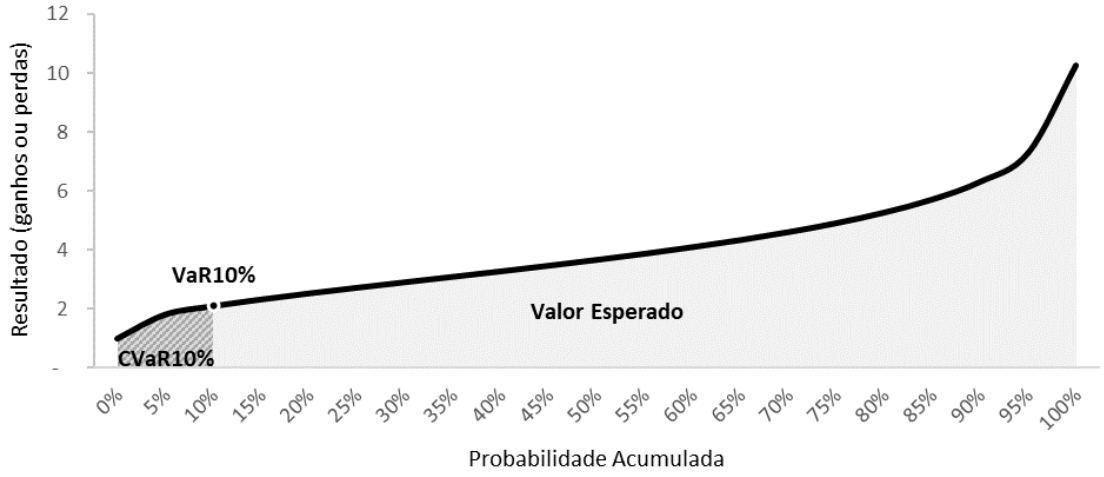
A definição de risco se dá pelo conjunto de valores futuros que uma determinada posição em um mercado pode assumir, cabendo ao supervisor desta posição avaliar se estes valores de risco pertencem a um subconjunto de valores de risco aceitáveis (ARTZNER et al., 1999). Este supervisor deve então tomar a decisão de recomendar ou impor uma mudança da posição, buscando reduzir ou melhorar sua métrica de risco.

Atualmente, diversas métricas de risco são utilizadas internacionalmente, sendo uma das mais populares a métrica *Value-at-Risk* – VaR, que representa o menor valor que uma posição pode assumir, dada uma determinada probabilidade. Em outras palavras, esta métrica indica que uma posição tem probabilidade α de assumir valor inferior a VaR_{α}.

Apesar do VaR ser uma métrica bastante intuitiva e direta, ela apresenta propriedades matemáticas indesejáveis, como a não-linearidade, muitas vezes não sendo uma métrica coerente de risco (ARTZNER et al., 1999). Uma alternativa é a métrica derivada do VaR, o Conditional-Value-at-Risk - CVaR, também conhecida como Ex*pected-Shortfall* e *Tail VaR*. Esta métrica consiste em se calcular a média dos valores menores ou iguais ao VaR de uma posição, trazendo assim informações da calda dos piores cenários possível de uma carteira e apresentador as propriedades de uma medida coerente de risco, possibilitando seu uso em métodos de otimização linear (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000).

Estas métricas podem ser representadas graficamente pela distribuição de probabilidade acumulada apresentada na Figura 7, onde o $VaR_{10\%}$ é igual ao resultado com probabilidade acumulada 10% e o $CVaR_{10\%}$ e o Valor Esperado são calculados pelas área destacadas no gráfico.

Figura 7 – Exemplo gráfico de métricas de risco



3.3 OTIMIZAÇÃO DE RISCO

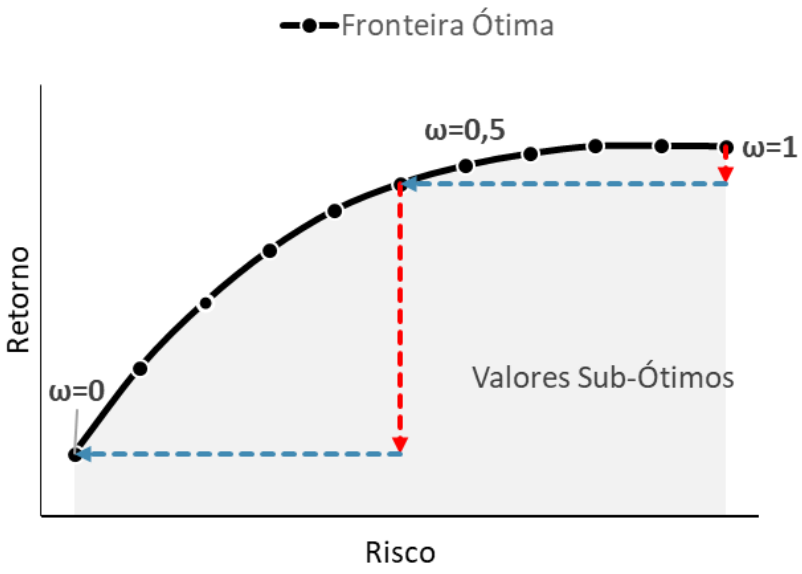
A Teoria Moderna do Portfólio, introduzida por Markowitz (1959) define que a construção de um portfólio se dá pela maximização da expectativa de resultados de uma carteira, dado um determinado nível de risco, representado neste primeiro trabalho, pela volatilidade de cada ativo. Esta teoria também define que investidores são, normalmente avessos a risco: dadas duas carteiras de investimentos com mesmo valor esperado, mas com riscos distintos, um investidor racional irá optar pela carteira de menor risco.

Decisões adicionais de investimento levarão em conta o valor esperado adicionado à posição atual e a variação do risco que a nova posição representa. Um investidor propenso a riscos pode tomar uma posição de maior risco em busca de maiores valores esperados, enquanto um investidor totalmente avesso a risco irá buscar margens menores, mas também com risco reduzido. A decisão de alocação de um portfólio se dá, portanto, através do par risco-retorno, que pode ter pesos distintos para investidores diferentes.

A busca pelo portfólio ótimo pode então ser determinada pela maximização do retorno esperado, pela minimização do risco ou por uma ponderação de ambos, o que pode levar a um problema não-linear, dado que esta característica está presente na maioria das métricas de risco apresentadas. Esta ponderação entre risco e retorno é exemplificada na Figura 8, considerando ω o peso dado para o retorno e (1-ω) o peso dado para o risco. É

possível observar que, invariavelmente, o aumento de ω adiciona risco à decisão, enquanto sua redução leva a uma redução do retorno esperado.

Figura 8 – Exemplos de pontos ótimos de acordo com pesos ω para o retorno



ROCKAFELLAR e URYASEV (2000) desenvolveram uma metodologia que permite a otimização da métrica CVaR através de programação linear. Esta técnica será apresentada nos capítulos adiante e utilizada no desenvolvimento de um otimizador de portfólio de uma comercializadora de energia, utilizando os cenários estocásticos de preços futuros gerados neste trabalho para a valoração deste portfólio.

4 METODOLOGIA

Esta seção apresenta as ferramentas e técnicas utilizadas neste trabalho.

4.1 PADRONIZAÇÃO DE SÉRIES

Na análise de séries temporais foram adotados os procedimentos padrões (MORETTIM e TOLOI, 2006) de modelagem, iniciando pela padronização dos valores da série original. As séries semanais de preços obtidas junto à Dcide foram organizadas por maturidade e então foram calculados os X_t log-retornos para cada realização semanal x_t do histórico, excluindo-se a primeira semana, conforme:

$$\mathrm{X_t} = ln\left(\frac{x_t}{x_{t-1}}\right) \tag{1}$$

A partir das séries de n log-retornos calculados, pode-se obter a média e o desvio padrão para cada maturidade, ou seja:

$$\mu = \sum_{t=1}^{n} \frac{X_t}{n} \tag{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(X_t - \mu)^2} \tag{3}$$

4.2 MATRIZ DE CORRELAÇÃO

A correlação entre duas séries temporais X e Y, com valores esperados μ_X e μ_Y e desvios padrões σ_X e σ_Y é calculada como:

$$corr(X,Y) = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X-\mu_X)(Y-\mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (4)$$

A matriz de correlação de n ativos é definida como:

$$A = \begin{bmatrix} corr(X_1,X_1) & \cdots & corr(X_1,X_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ corr(X_n,X_1) & \cdots & corr(X_n,X_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

4.3 DECOMPOSIÇÃO DE CHOLESKY

A decomposição de Cholesky para a matriz de correlação A resulta na matriz triangular L, conforme:

$$A = LL^T \quad (6)$$

Os termos $l_{i,j}$ da matriz L podem ser calculados como funções dos termos $\alpha_{i,j}$ da matriz A:.

$$l_{1,1} = \sqrt{a_{1,1}} \quad (7)$$

$$l_{j,1} = \frac{a_{j,1}}{l_{1,1}}, \qquad j \in [2,n] \quad (8)$$

$$l_{i,i} = \sqrt{a_{i,i} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{i,p}^2}, \qquad i \in [2,n] \quad (9)$$

$$l_{j,i} = \frac{\left(a_{j,i} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{i,p} l_{j,p}\right)}{l_{i,i}}, \qquad i \in [2,n-1], j \in [i+1,n] \quad (10)$$

4.4 MOVIMENTO BROWNIANO GEOMÉTRICO

O Movimento Browniano Geométrico - MBG (EYDELAND e WOLYNIEC, 2003) para um valor inicial S_0, média de log-retornos μ, desvio padrão σ e t intervalos de tempo à frente é obtido da seguinte forma:

$$S_t = S_0 e^{\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\varepsilon\sqrt{t}\right)} \quad (11)$$

Sendo ε uma variável aleatória com distribuição normal. Para a versão multivariada do MBG, as distribuições de cada variável aleatória foram correlacionadas utilizando a matriz triangular L obtida pela decomposição de Cholesky da matriz de correlação das series de preço futuro por maturidade, ou seja:

$$Z \sim N(0,1) \quad (12)$$

$$\varepsilon = LZ \quad (13)$$

4.5 CONDITIONAL VALUE-AT-RISK

O CVaR (ROCKAFELLAR e URYASEV, 2000) de uma distribuição de resultados R e probabilidade α é definido como:

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{\alpha}\int_{\gamma=0}^{\alpha} VaR_\gamma(R)d\gamma = \frac{1}{\alpha}\int_{r=-\infty}^{VaR_\alpha} rp(r)dr \quad (14)$$

Onde $VaR_\gamma(R)$ é o Value-at-Risk e representa o valor r de probabilidade acumulada γ da distribuição de resultados R e p(r) representa a probabilidade de ocorrência do valor r na distribuição de resultados R.

4.6 MODELO DE RISCO – OTIMIZADOR DE PORTFOLIO

É proposto um modelo de otimização, cuja função objetivo pondera com peso ω o Valor Esperado, com o peso (1-w) a métrica de risco CvaR e tem como variável de decisão os volumes mensais a serem comercializados (ρ) pelo agente tomador de decisão.

Este modelo considera os preços mensais atuais da curva *forward* de mercado (F), n séries estocásticas de preços mensais (S) e as exposições mensais atuais do tomador de decisão (θ).

Dado que o VaR é não-linear, correspondendo ao α-ésimo valor da série de resultados R, o CvaR também possui características não-lineares, conforme equação (14). Porém, ROCKAFELLAR e URYASEV (2000) demonstram que é possível utilizar esta métrica de risco em modelos de programação linear, a partir das restrições (17), (18) e (19), que completam o modelo de otimização deste trabalho. A incógnita z_i representa uma variável auxiliar de cálculo, que assume valor zero para $R_i \geq VaR_\alpha$ e resulta na diferença entre VaR_α e R_i para $R_i < VaR_\alpha$.

Função Objetivo

$$\text{maximizar } \omega \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n} + (1-\omega) CVaR_\alpha \tag{15}$$

Sujeito a

$$R_i = \sum_{m=1}^{M} \rho_m \left(F_m - S_{m,i}\right) + \theta_m S_{m,i} \tag{16}$$

$$VaR_\alpha - \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i}{\alpha n} > CVaR_\alpha \tag{17}$$

$$z_i > VaR_\alpha - R_i \tag{18}$$

$$z_i > 0 \tag{19}$$

A biblioteca SciPy (VIRTANEN et al., 2020) da linguagem de programação Python foi utilizada para a modelagem deste problema de Programação Linear – PL. A biblioteca exige que o PL seja padronizado para uma função objetivo de minimização e restrições do tipo menor ou igual. O PL foi então padronizado e ajustado de forma a simplificar a programação para o seguinte modelo:

Função Objetivo

$$\text{minimizar } \lambda \sum_{m=1}^{M} \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} S_{m,i} - F_m}{n} \right) \rho_m - (1-\lambda) CVaR_\alpha \quad (20)$$

Sujeito a

$$CVaR_\alpha - VaR_\alpha + \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i}{\alpha n} \leq 0 \quad (21)$$

$$VaR_\alpha + \sum_{m=1}^{M} \rho_m \left(S_{m,i} - F_m \right) - z_i \leq -\theta_m S_{m,i} \quad (22)$$

$$\sum_{m=1}^{M} -\rho_m \leq \sum_{m=1}^{M} (\theta_m) - P \quad (23)$$

$$z_i > 0 \quad (24)$$

Além da padronização, foi adicionada uma restrição de exposição mínima *P* para que o modelo permita definir volume de exposição final a que o tomador de decisão deseja estar sujeito.

Um exemplo do código fonte em Python para a modelagem deste PL está disponível no ANEXO II.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 LOG-RETORNOS

O número de observações, a média e o desvio-padrão do log-retorno de cada maturidade podem ser observados na Tabela 4.

Tabela 4 – Observações, Médias e desvio-padrões dos log-retornos por maturidade

		M+0	M+1	M+2	M+3	A+0	A+1	A+2	A+3	A+4
Observações	**n**	396	396	396	396	396	396	396	396	396
Média	**μ**	0,00598	0,00863	0,00662	0,00692	0,00692	0,00519	0,00380	0,00179	0,00108
Desvio	**σ**	0,20485	0,13865	0,10963	0,09917	0,09797	0,04063	0,01682	0,01115	0,01312

É possível observar que todas a maturidades possuem médias positivas, porém próximas a zero, indicando uma tendência estacionária de manutenção dos valores da semana anterior. Os desvios padrões são decrescentes com a maturidade, o que era esperado dado que o período de suprimento mais próximo tende a acompanhar a alta volatilidade do PLD. A Figura 9 apresenta o box-plot dos log-retornos para cada maturidade e a Figura 10 apresenta as séries de log-retorno para a série M+0 e A+4.

Figura 9 – Box-plot dos log-retornos para cada maturidade

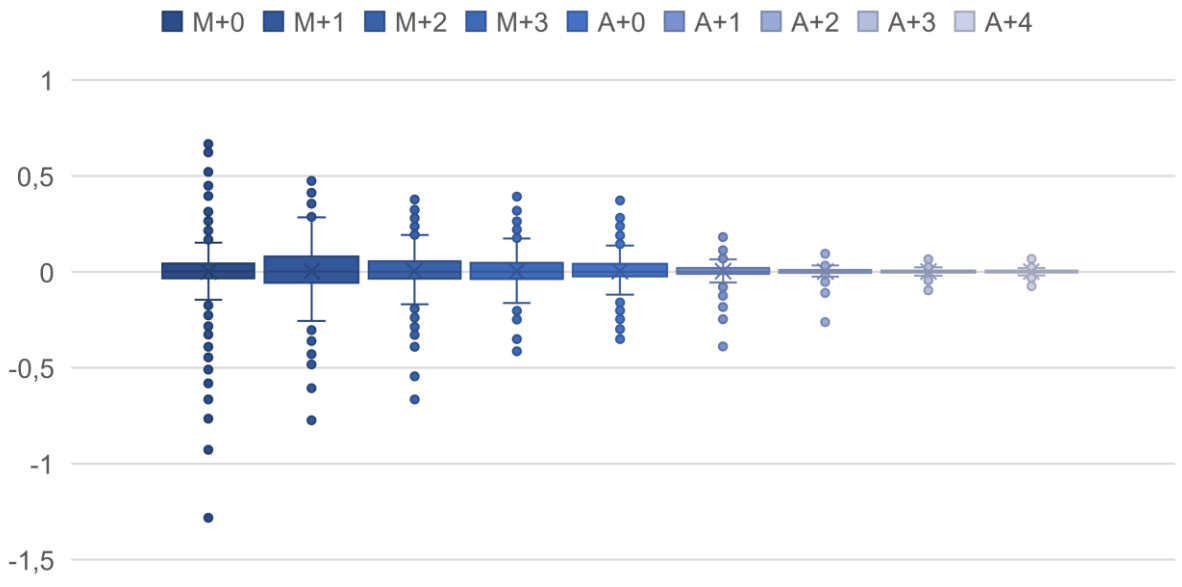
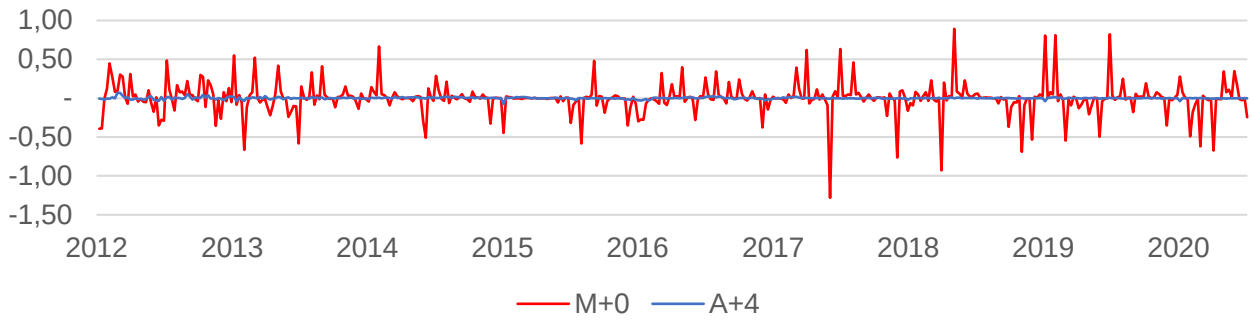


Figura 10 – Log-Retornos para as maturidades M+0 e A+4



O parâmetro de volatilidade variável no tempo no modelo MBG foi estimado usando a média móvel (MM) e a média móvel ponderada exponencialmente (EWMA - *exponentially weighted moving average*) para cada maturidade. Um intervalo de 1 a 60 semanas anteriores foi testado para a MM, enquanto um λ entre 80 e 99% foi testado como parâmetro de peso para o cálculo do EWMA. O erro quadrático médio (EQM) entre os desvio-padrões resultantes para ambas as técnicas e os desvio-padrões observados no período de 4 semanas à frente foi calculado para determinar o parâmetro de volatilidade do modelo. O melhor resultado para a MM foi de 52 semanas, enquanto para EWMA foi de λ = 94%. A MM foi selecionada para este trabalho devido aos valores mais baixos de EQM, conforme mostrado na Tabela 5.

Tabela 5 – Erro quadrático médio para desvio-padrão 4 semanas à frente

	Ordem Ótima	M+0	M+1	M+2	M+3	A+0	A+1	A+2	A+3	A+4
Média Móvel	**52 semanas**	3,84	1,64	0,86	0,42	0,47	0,3	0,11	0,02	0,01
EWMA	**λ = 94%**	4,62	1,78	0,84	0,46	0,57	0,40	0,13	0,03	0,01

5.2 MATRIZ DE CORRELAÇÃO

A matriz de correlação para as curvas *forward* são apresentadas na Tabela 6. Dado que o preço de M+0 tende à média do PLD divulgado semanalmente ao longo do mês, a expectativa de preços para os próximos meses acaba não tendo uma forte correlação ao mês vigente. Uma súbita alteração de PLD no final de um mês não tem grande impacto em M+0, porém reflete em todas as maturidades subsequentes.

Tabela 6 – Matriz de autocorrelação das curvas *forward*

	M+0	M+1	M+2	M+3	A+0	A+1	A+2	A+3	A+4
M+0	1,00	0,35	0,26	0,27	0,29	0,16	0,22	0,21	0,24
M+1	0,35	1,00	0,86	0,79	0,70	0,36	0,27	0,27	0,25
M+2	0,26	0,86	1,00	0,87	0,75	0,39	0,30	0,32	0,29
M+3	0,27	0,79	0,87	1,00	0,85	0,44	0,32	0,33	0,30
A+0	0,29	0,70	0,75	0,85	1,00	0,51	0,34	0,33	0,32
A+1	0,16	0,36	0,39	0,44	0,51	1,00	0,82	0,73	0,60
A+2	0,22	0,27	0,30	0,32	0,34	0,82	1,00	0,86	0,76
A+3	0,21	0,27	0,32	0,33	0,33	0,73	0,86	1,00	0,88
A+4	0,24	0,25	0,29	0,30	0,32	0,60	0,76	0,88	1,00

5.3 Decomposição de Cholesky

A aplicação da decomposição de Cholesky na matriz de autocorrelação da Tabela 6 resulta na matriz retangular apresentada na Tabela 7.

Tabela 7 – Matriz L da decomposição de Cholesky

	M+0	*M+1*	*M+2*	*M+3*	*A+0*	*A+1*	*A+2*	*A+3*	*A+4*
M+0	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-
M+1	0,35	0,94	-	-	-	-	-	-	-
M+2	0,26	0,82	0,51	-	-	-	-	-	-
M+3	0,27	0,74	0,39	0,48	-	-	-	-	-
A+0	0,29	0,64	0,29	0,40	0,51	-	-	-	-
A+1	0,16	0,33	0,16	0,19	0,26	0,86	-	-	-
A+2	0,22	0,21	0,14	0,11	0,12	0,75	0,54	-	-
A+3	0,21	0,21	0,18	0,11	0,08	0,64	0,44	0,50	-
A+4	0,24	0,17	0,17	0,09	0,10	0,51	0,43	0,45	0,46

5.4 Simulação de Monte-Carlo

Os gráficos da Figura 11 a Figura 16 apresentam cenários gerados pelas metodologias apresentadas neste trabalho e as comparam com os valores realizados observados. Para estes exemplos, foram realizadas simulações considerando apenas os dados conhecidos até a primeira semana de dezembro de 2018, gerados cenários estocásticos para os meses, subsequentes considerando um atraso t = 4 semanas para cada geração de cenários. Para fins de exemplo, apenas duzentas séries são exibidas em cada gráfico, porém duas mil séries foram geradas para a determinação dos intervalos de confiança.

Figura 11 – Cenários estocásticos para janeiro de 2019

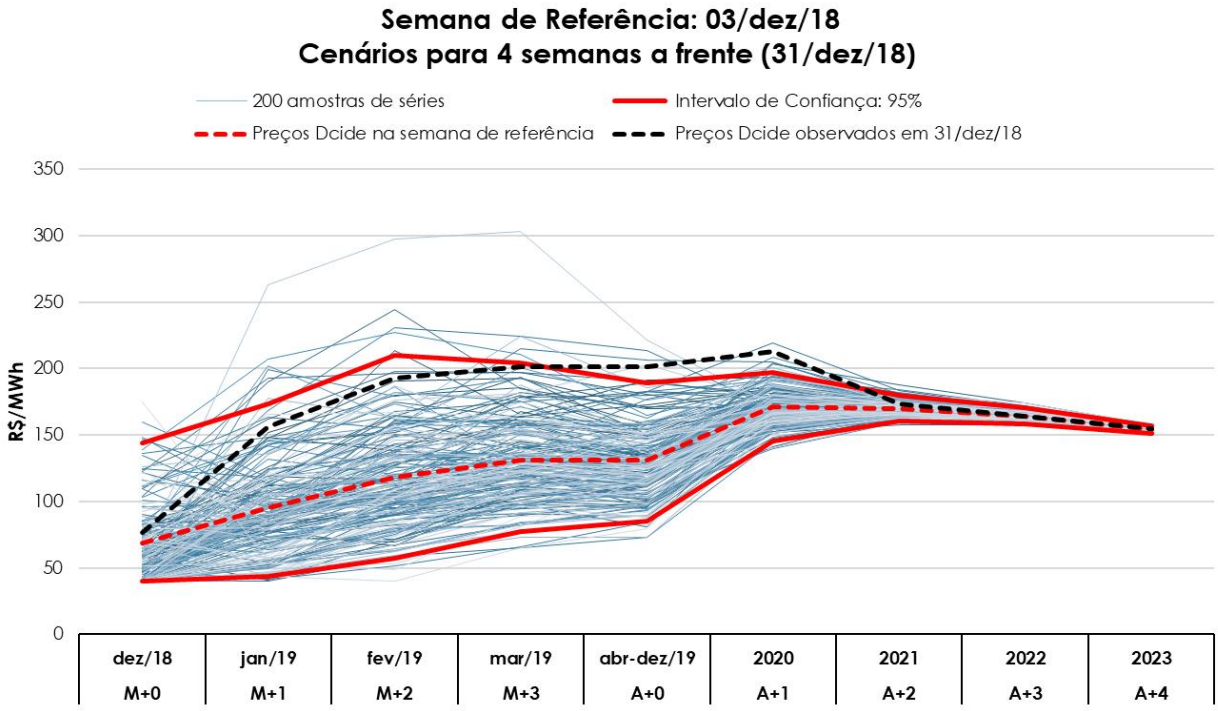


Figura 12 – Cenários estocásticos para fevereiro de 2019

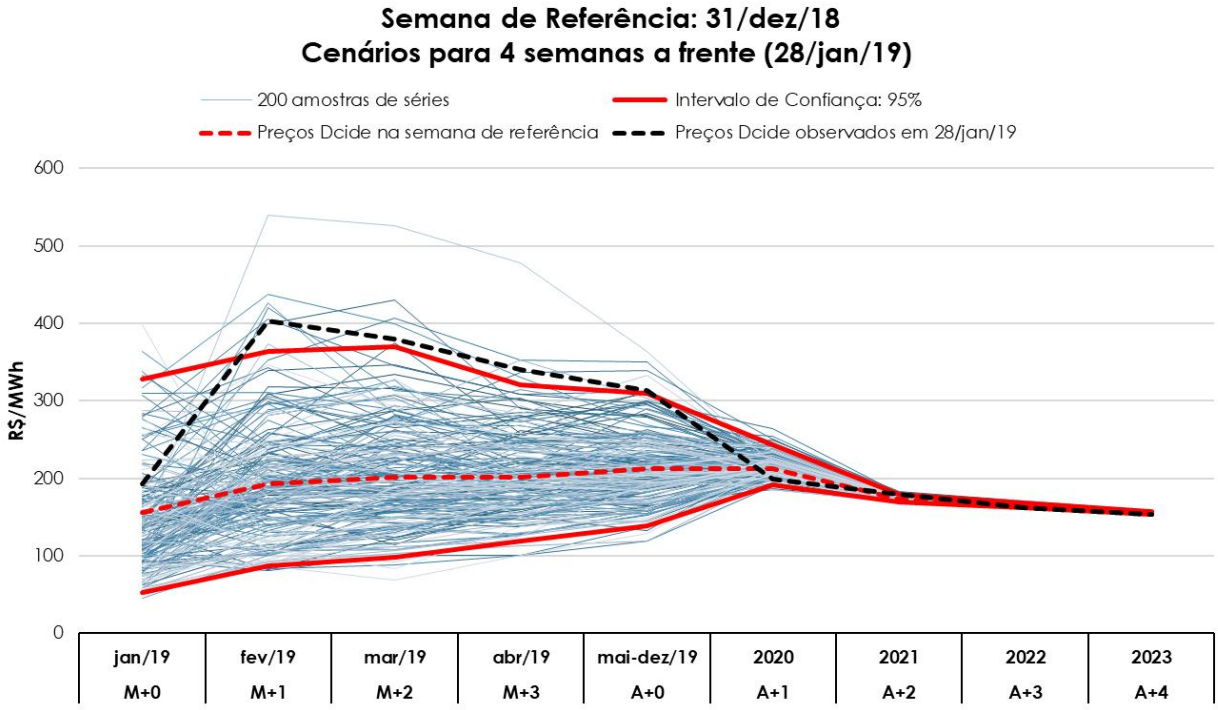


Figura 13 – Cenários estocásticos para a primeira semana de março de 2019

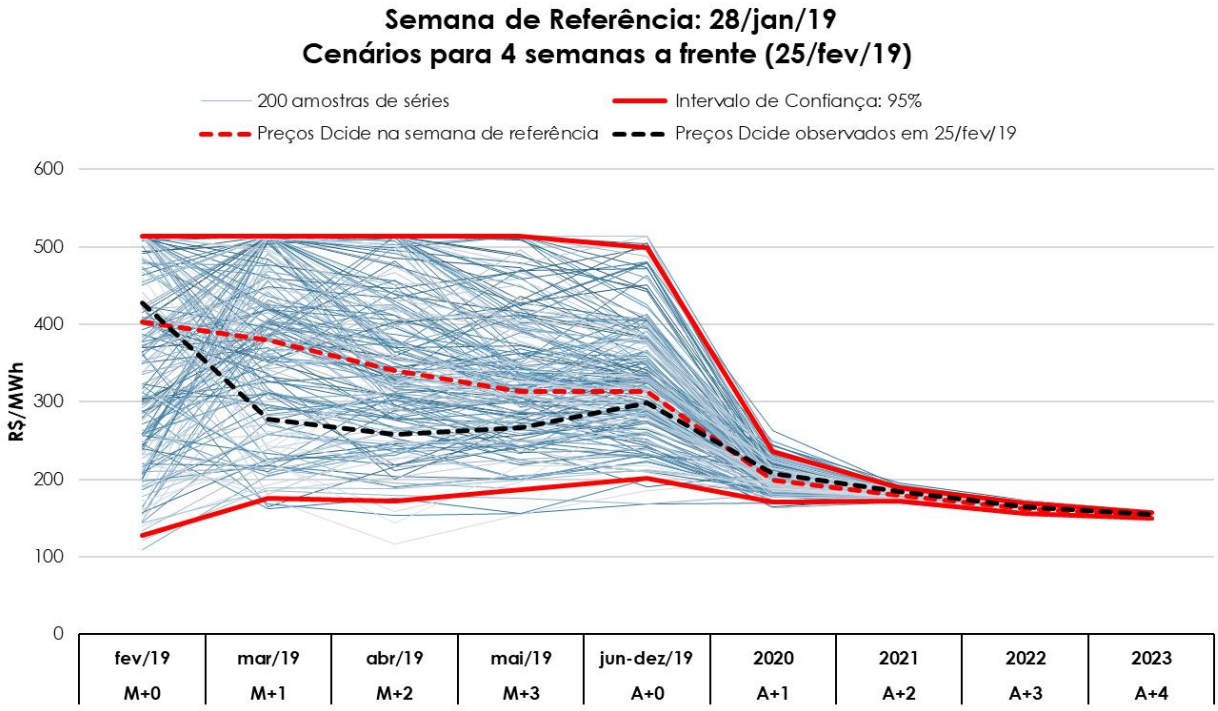


Figura 14 – Cenários estocásticos para a primeira semana de abril de 2019

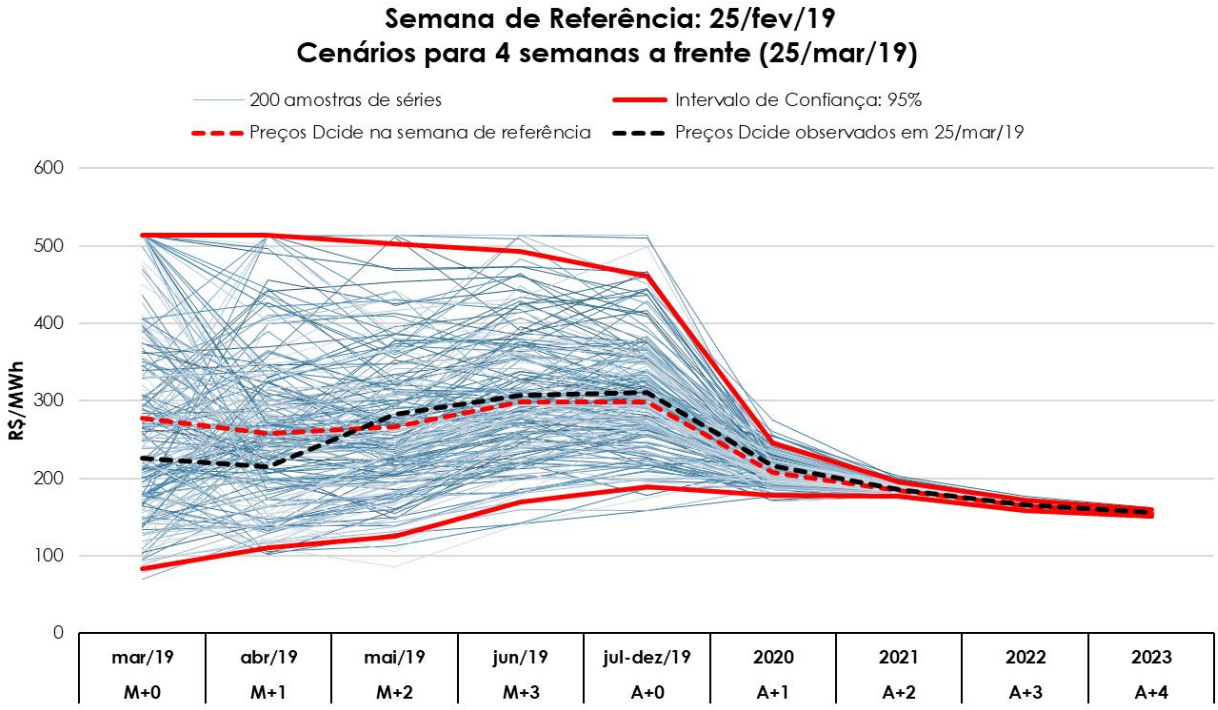


Figura 15 – Cenários estocásticos para a primeira semana de maio de 2019

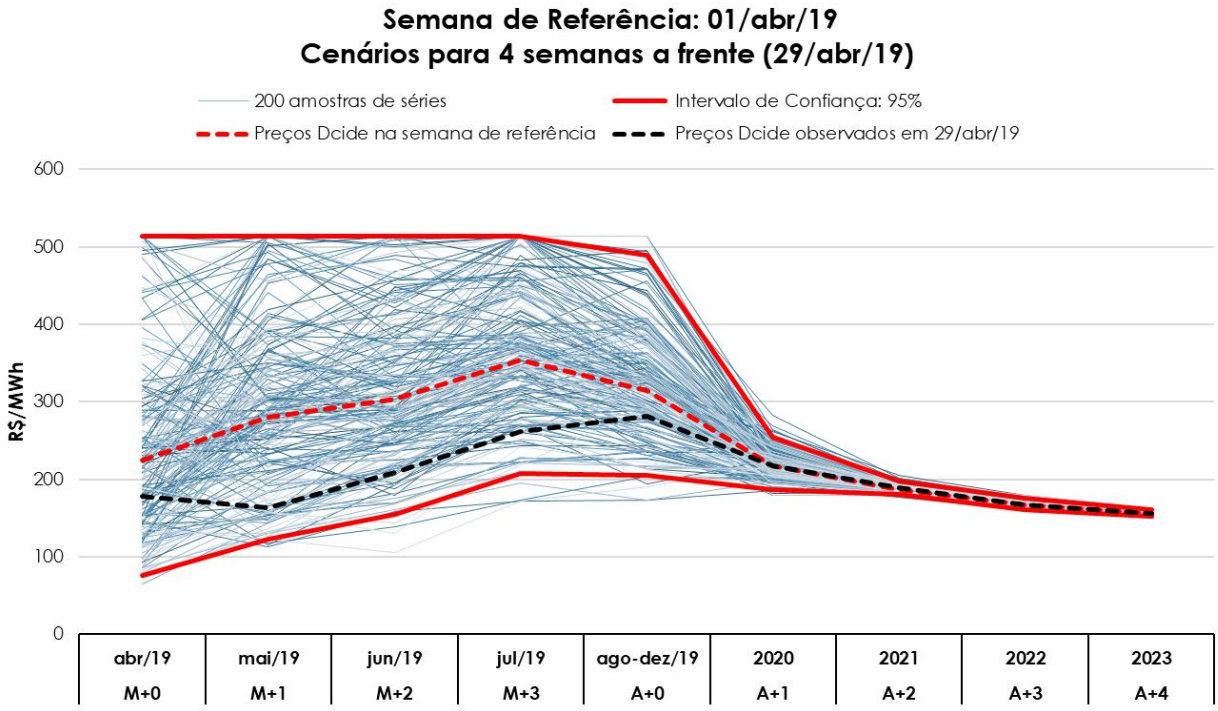
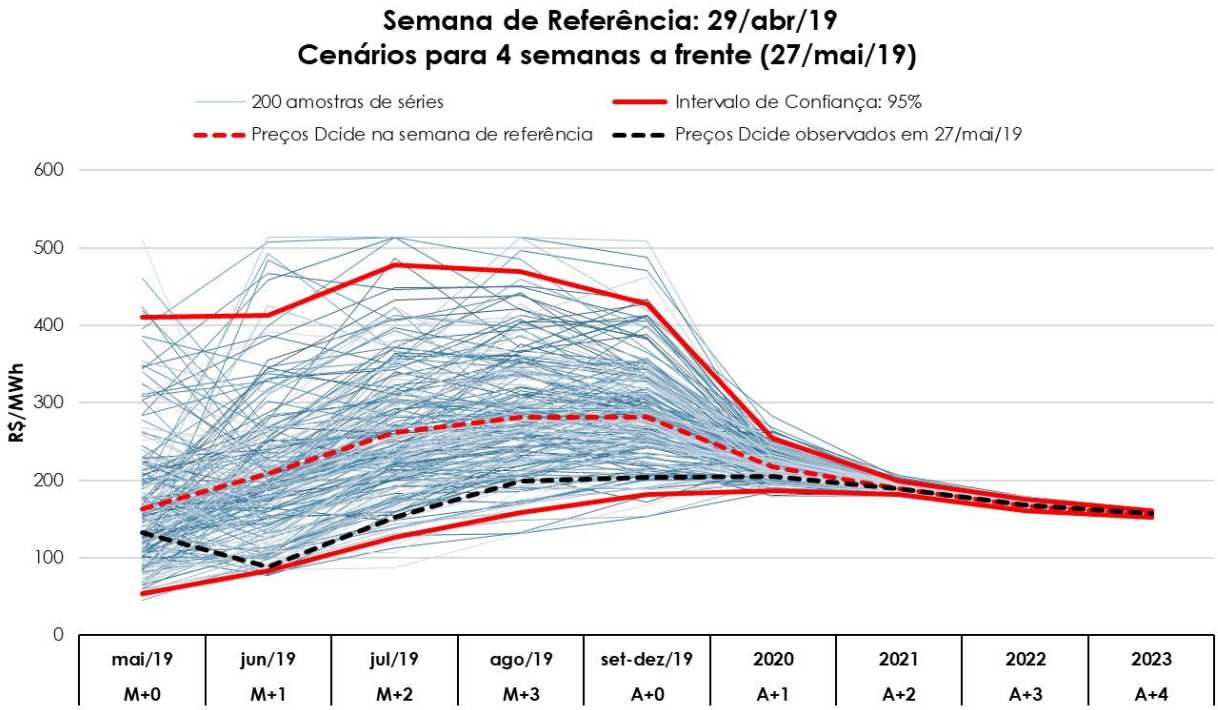


Figura 16 – Cenários estocásticos para a primeira semana de junho de 2019



É importante destacar que o ano de 2019 possuiu grande volatilidade de preços (ver Figura 4), onde o PLD chegou ao seu teto (513,89 R$/MWh em 9 de fevereiro) e seu piso (42,35

R$/MWh em 1º de junho) regulatório para aquele ano. Apenas os cenários gerados com referência Janeiro para 4 semanas apresentaram preços fora do intervalo de confiança de 95%. Apesar deste fato, todos os conjuntos de séries geradas apresentaram bom desempenho e aderência neste teste.

A Tabela 8 apresenta a matriz de autocorrelação das séries de preços estocásticos gerados na Figura 11, demonstrando que o modelo foi capaz de manter as propriedades de correlação entre as maturidades do histórico, com valores muito próximos da Tabela 6.

Tabela 8 – Matriz de autocorrelação das séries estocásticas

	M+0	M+1	M+2	M+3	A+0	A+1	A+2	A+3	A+4
M+0	1,00	0,31	0,22	0,23	0,26	0,16	0,22	0,22	0,25
M+1	0,31	1,00	0,85	0,78	0,69	0,34	0,24	0,24	0,22
M+2	0,22	0,85	1,00	0,86	0,74	0,35	0,25	0,28	0,25
M+3	0,23	0,78	0,86	1,00	0,85	0,39	0,26	0,28	0,25
A+0	0,26	0,69	0,74	0,85	1,00	0,47	0,29	0,30	0,27
A+1	0,16	0,34	0,35	0,39	0,47	1,00	0,81	0,70	0,54
A+2	0,22	0,24	0,25	0,26	0,29	0,81	1,00	0,85	0,72
A+3	0,22	0,24	0,28	0,28	0,30	0,70	0,85	1,00	0,87
A+4	0,25	0,22	0,25	0,25	0,27	0,54	0,72	0,87	1,00

O modelo foi testado para 392 semanas, de 31 de dezembro de 2012 a 29 de junho de 2020, e a Tabela 9 apresenta a frequência das realizações de preços fora do intervalo de confiança - IC de 95% para todos as maturidades das séries geradas para uma, duas, quatro, oito, doze e dezesseis semanas à frente.

Tabela 9 – Frequência de semanas com realização fora do IC de 95%

	Maturidade								
Semanas a frente	**M+0**	**M+1**	**M+2**	**M+3**	**A+0**	**A+1**	**A+2**	**A+3**	**A+4**
1	6%	5%	5%	8%	8%	5%	4%	4%	4%
2	6%	6%	8%	11%	9%	8%	8%	8%	9%
4	7%	8%	9%	14%	14%	12%	14%	15%	16%
8	9%	9%	14%	18%	17%	21%	19%	24%	20%
12	10%	10%	13%	22%	19%	20%	23%	30%	28%
16	7%	11%	14%	22%	20%	24%	27%	34%	32%

O resultado deste *back-test* mostra que as simulações de Monte-Carlo foram aderentes, principalmente para as maturidades mais próximas de vencimento, onde o risco de liquidez

pode tornar uma eventual posição aberta impossível de ser recuperada e foi o motivo dos recentes problemas enfrentados por algumas comercializadoras brasileiras nos últimos anos.

É interessante notar também que este trabalho apresenta um conjunto de dados maior e mais atualizado que o artigo disponível no ANEXO I. Comparativamente, o percentual de séries fora do intervalo de confiança de 95% foi em geral mais reduzido em todos os testes, quando comparado com a Tabela 5 do artigo, principalmente para as maturidades e projeções mais distantes, com destaque para redução em 7 pontos percentuais para as projeções de A+3 e A+4 para 16 semanas a frente, o que mostra que o modelo tende a possuir ainda maior aderência com o aumento da base de dados histórica.

5.5 MODELO DE RISCO – OTIMIZADOR DE PORTFOLIO

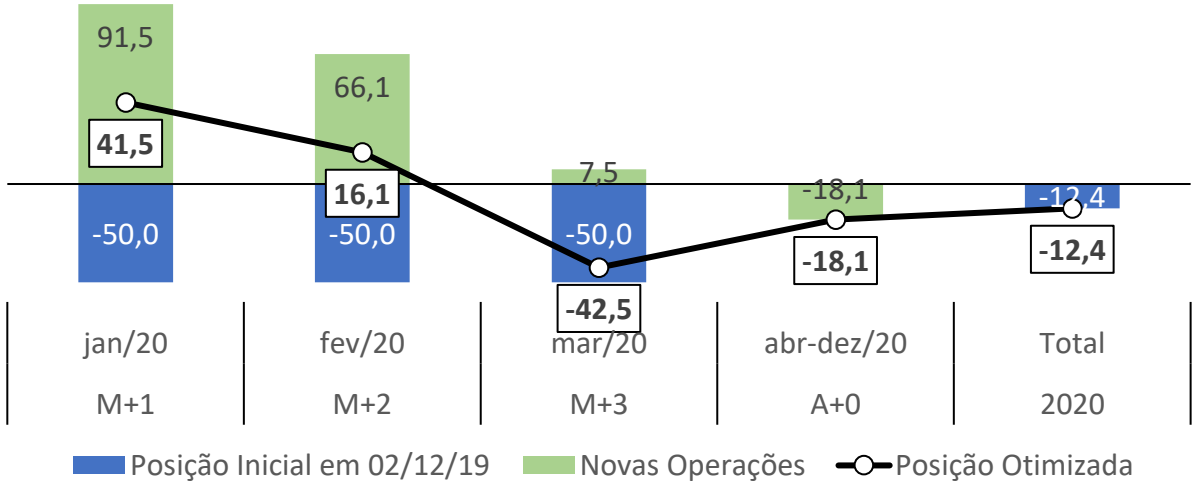
A fim de validar o uso da metodologia de geração de cenários de preços de energia proposta neste trabalho, foi desenvolvido um otimizador conforme equações dispostas na seção 4.6.

Para a aplicação deste modelo, foi proposto o seguinte problema: no início de dezembro de 2019, um tomador de decisão de uma comercializadora de energia deseja alterar a sua posição para o ano de 2020. A posição atual desta comercializadora apresenta uma venda de 50 MWm (MW-médios) descoberta de compras no primeiro trimestre de 2020. Observando a curva de preço de mercado atual, ele deseja melhorar sua posição de risco-retorno, mantendo sua exposição total em MWh (MW-horas) para o ano de 2020. A conversão de unidades de MW-médios para MW-horas é feita pela multiplicação do valor em MW-médios pelo número de horas do período observado.

Para a solução deste problema foi utilizado um peso de $\omega = 50\%$ para o retorno, $\alpha = 10\%$ para o CVaR, a semana de 2 de dezembro de 2019 como referência para a geração de 2000 séries de preços para 4 semanas à frente, visando 30 de dezembro de 2019, a primeira semana do ano 2020. Foi também definido um limite de 100 MWm para as compras e vendas mensais a serem calculadas pelo modelo.

A Figura 17 exibe a posição inicial do comercializador e a posição ótima com base nas 2000 séries de preços geradas pela metodologia proposta neste trabalho. Os valores de vendas são representados com números negativos e compras, com valores positivos.

Figura 17 – Resultado da otimização: (-) vendas e (+) compras, em MWm



A Tabela 10 apresenta o impacto no Valor Esperado, no Risco (CVaR) e na Função Objetivo. Para os cenários gerados, a troca de posição através das compras propostas para o primeiro trimestre (91,5 MWm em janeiro, 66,1 MWm em fevereiro e 7,5 MWm em março) e a venda de 18,1 MWm no produto A+0 (abril a dezembro) aos preços de mercado no início de dezembro de 2019, apresentam um ganho de R$ 0,5 milhão de reais no valor esperado, além de redução do risco em R$ 7,5 milhões e consequente melhoria da função objetivo em R$ 4,0 milhões.

Tabela 10 – Resultado da Otimização para a Função Objetivo, em R$ Milhões

	Peso	***Posição Inicial***	***Posição Final***	***Variação***
Valor Esperado	50%	-20,8	-20,3	+0,5
Cvar	50%	-34,3	-26,8	+7,5
Função Objetivo	**100%**	**-27,5**	**-23,5**	**+4,0**

É importante destacar que o custo ou a receita relativa às operações que levaram o agente à posição inicial não tem impacto sobre o modelo de otimização, dado que são variáveis constantes.

De fato, esta troca de posição teria sido benéfica para o agente, não só do ponto de vista de risco, mas com a realização dos preços de mercado para 4 semanas a frente. A Tabela 11 apresenta os resultados da marcação a mercado (*Mark-to-Market – MtM*) das posições aos preços de mercado na semana de tomada de decisão e os preços de mercado realizados na primeira semana de 2020.

Tabela 11 – Marcação a mercado das posições inicial e otimizada

	Posição Inicial	***Novas Operações***	***Posição Final***	***Variação***
MtM 02/12/2019	-20,0	0,1	-19,9	-1%
MtM 30/12/2019	-32,6	5,8	-26,8	-18%
Variação	**-12,6**	**5,7**	**-6,9**	-45%

A posição original do comercializador apresentava um custo de R$ 20,0 milhões. Optar por realizar as operações indicadas pelo modelo de otimização representaria um custo de R$ 21,829 milhões e uma receita de R$ 21,967 milhões, totalizando um resultado de R$ 0,1 milhão. Durante as quatro semanas seguintes de dezembro de 2019, o preço de mercado para 2020 subiu cerca de 50%. A otimização agregaria um resultado de R$ 5,7 milhões ao comercializador, representando uma redução de 45% no impacto percebido pelo comercializador em relação à decisão de não realizar as operações e manter a posição inicial no primeiro trimestre.

6 CONCLUSÃO

O modelo proposto apresentou um desempenho adequado, capturando de maneira satisfatória a alta volatilidade dos preços e a correlação entre os preços futuros e os preços de curto-prazo, como demonstrou o *back-test* do intervalo de confiança das séries de preços. A aplicabilidade do modelo proposto foi demostrada através do seu uso como dado de entrada para um modelo de otimização linear que se demonstrou igualmente eficaz. O resultado deste trabalho pode ser usado como uma solução alternativa para melhorar significativamente a qualidade da análise e relevância da modelagem de risco de negociação de energia no mercado brasileiro.

Em síntese, as principais contribuições da metodologia proposta são: a) aprimoramento dos instrumentos de análise de risco para estimar os preços futuros do mercado brasileiro de eletricidade, através de uma sólida base estatística; b) manter as propriedades históricas da série temporal observada de preços no conjunto de séries sinteticamente geradas, proporcionando assim uma aplicação confiável e útil para o negócio de comercialização; c) aliviar a dependência da estimativa dos preços futuros (PLDs) da cadeia de modelos de otimização estocástica utilizada hoje no mercado brasileiro como o principal proxy dos preços futuros, uma vez que a evidência empírica demostrou grandes erros e enormes danos financeiros ao se utilizar as saídas destes modelos.

Os possíveis usos para este trabalho são: a) estimar o risco de exposição de mercado calculando indicadores de risco, como o déficit esperado e o valor em risco e b) prover cenários de entrada para um modelo de otimização de portfólio para tomada de decisão em comercialização de energia.

Trabalhos futuros relacionados podem incluir: a) investigar o uso de outras fontes de dados de preços de energia no Brasil, uma vez que os preços do Dcide representam as percepções ou desejos das empresas por preços e não os preços dos contratos efetivamente assinados, fato que pode distorcer os preços devido a possíveis manipulações; e b) estudar a correlação e possível parametrização dos preços futuros da oferta com outras variáveis do sistema, como preços de leilões regulamentados, custo

marginal de expansão, custo de geração distribuída, geração de energia hidráulica e de outras fontes.

O uso da técnica de Movimento Browniano Geométrico aliada à decomposição de Cholesky e à simulação de Monte-Carlo para a geração de séries aleatórias de preços de energia pode trazer relevância significativa na análise do risco de negociação de energia no mercado brasileiro. Estas séries sintéticas podem representar a alta correlação entre as diversas maturidades dos produtos disponíveis no mercado, podendo também ser utilizadas para geração de outras séries inerentes ao setor elétrico, como séries de geração hidráulica e eólica, o que pode ampliar a utilidade desta ferramenta para agentes geradores de energia.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

AMADEU, J. R.; BARBOSA, P. S. F. Stochastic simulation of Brazilian forward energy prices. Energy Systems, 2020.

ANEEL. Banco de Informações de Geração - BIG, 2019. Disponivel em: <http://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>. Acesso em: 31 Janeiro 2019.

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. Mathematical finance, 1999. 203-228.

BARBOSA, P. S. F. Notas de Aula, curso de Extensão Mini-COSE módulo de Comercialização de Energia Elétrica e Gestão de Riscos, Fac. Engenharia Elétrica e Computação, Unicamp , 2019.

BARROSO, L. A. . C. T. H. . G. P. Classifcation of electricity market models worldwide. International Symposium CIGRE/IEEE PES. IEEE, 2005. pp 9–16.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. Journal of political economy, 1973. 637-654.

BREZINSKI, C. La méthode de Cholesky, 2015. 205-238.

CASTRO, N. et al. A Formação do preço da energia elétrica: Experiências internacionais e o modelo brasileiro, 2014. 64.

CCEE. Procedimentos de Comercialização, 2019. Disponivel em: <https://www.ccee.org.br/portal/faces/oquefazemos_menu_lateral/procedimentos>. Acesso em: 30 Janeiro 2020.

CCEE. InfoMercado Mensal Dados Gerais, 2020. Disponivel em: <https://www.ccee.org.br/portal/faces/pages_publico/oquefazemos/infomercado>. Acesso em: 1 Março 2020.

CEPEL – CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - GRUPO ELETROBRÁS, 2019. Disponivel em: <http://www.cepel.br/produtos/programas-computacionais/planejamento-da-operacao-energetica.htm>. Acesso em: 31 Janeiro 2019.

CRAMTON, P. Electricity market design. Oxford Review of Economic Policy, Volume 33, Issue 4, 2 November 2017. 589–612.

DCIDE, 2020. Disponivel em: <https://www.dcide.com.br/>. Acesso em: 15 Julho 2020.

DE OLIVEIRA, A. M. B. et al. A primer on the pricing of electric energy options in Brazil via mean-reverting stochastic processes. Energy Reports 5, 2019.

EPE. Custo Marginal de Expansão do Setor Elétrico Brasileiro, Metodologia e Cálculo, www.epe.gov.br, 2018.

EYDELAND, A.; WOLYNIEC, K. . Energy and Power Risk Management: New Developments in Modeling, Pricing, and Hedging. Wiley Finance, 2003.

FALBO, P. et al. Electricity Futures. The World Scientific Handbook Of Futures Markets, 2016. 545-565.

FJELDSKÅR, H. Modeling Of Forward Contracts In Electricity Markets (Master's Thesis), 2009.

GIAMBIAGI, F.; TAVARES, F. N. Derivativos e risco de mercado, 2018.

HAYFAVI, A.; TALASLI, I. Stochastic multifactor modeling of spot electricity prices. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2014.

INTERNATION ENERGY AGENCY, 2020. Disponivel em: <https://www.iea.org/data-and-statistics>. Acesso em: 4 Julho 2020.

LEME, H. et al. A Forward Price Curve in the Brazilian Electricity Market: Capture and Analyses., 2015.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. Investment under Uncertainty, 1959.

MAYON, P.; PARODI, M. Setor elétrico brasileiro 2012-2018: Resiliência ou Transição?, 2018.

MELO, A. C. et al. Estratégias dominantes de contratação de usinas hidroelétricas no Brasil considerando incertezas hidrológicas. Cadernos do IME-Série Estatística 45, 2018.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. Consulta pública nº 33 de 05 de Julho de 2017, 2017.

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA. Portaria MME n° 514/2018, 2018.

MORETTIM, P. A.; TOLOI, C. M. C. Análise de Séries Temporais. ed. Blucher, 2006.

NASCIMENTO, F. B. et al. Multi-step forecasting of the Brazilian energy market price using autoregressive neural networks. Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE), 2018.

NORD POOL, 2020. Disponivel em: <https://www.nordpoolgroup.com/Market-data1/>. Acesso em: 4 Julho 2020.

PINHEIRO-NETO, D. et al. Investment risk analysis for small hydro power plants in the short term market in Brazil, Pucon, 2017. 1-7.

REUTERS. Disparada nos preços de energia atinge comercializadora e gera tensão no mercado, 2019. Disponivel em: <https://br.reuters.com/article/businessNews/idBRKCN1PQ5ST-OBRBS>. Acesso em: 20 Junho 2020.

REUTERS. CCEE e Aneel propõem regras mais duras na comercialização de energia, 2019. Disponivel em: <https://br.reuters.com/article/businessNews/idBRKCN1SS2VU-OBRBS>. Acesso em: 22 Junho 2020.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional value-at-risk. Journal of Risk, 2000. 2.

SHIROTA, S. et al. Realized Stochastic Volatility Model, 2015.

STEELE, D. Modelling spot and forward prices for energy companies, 2010.

VAZQUEZ, M. et al. Electricity forward and volatility curves computation based on Monte Carlo simulation. 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems KTH, Stockholm, Sweden, 2006.

VESPIGNANI, J. et al. Global Commodity Prices and Global Stock Volatility Shocks, 2018.

VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. Nature Methods, 17(3), 2020. 261-272. Disponivel em: <https://docs.scipy.org/>.

WERON, R. et al. Modeling highly volatile and seasonal markets: Evidence from the Nord Pool electricity market. The Application of Econophysics, Proceedings of the Second Nikkei Econophysics Symposium, 2004.

ANEXO I – ARTIGO PUBLICADO NO PERIÓDICO ENERGY SYSTEMS

Author's personal copy

Energy Systems
https://doi.org/10.1007/s12667-020-00389-6

REVIEW ARTICLE

Stochastic simulation of Brazilian forward energy prices

Jefferson R. Amadeu[1] · Paulo S. F. Barbosa[1]

Received: 7 March 2019 / Accepted: 17 April 2020
© Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2020

Abstract
Energy trading offers great gain opportunities but also exposure to risk due to price volatility. A proper price model is a key element of risk analysis by electricity market traders and represents a strong tool for providing a better understanding of market dynamics. Despite the existing methodologies, the agenda for new research development is still open, mainly considering specific regulatory conditions and the dynamics of energy markets under development. This work provides a technique to simulate stochastic forward price curves for the Brazilian energy market by using stochastic procedures widely used in the financial and stock markets. The results of this work conveniently represent the uncertainty in Brazilian energy market prices and can be applied in risk management and decision making.

Keywords Electricity markets · Cholesky decomposition · Energy · Price · Forward curve · Monte Carlo simulation

1 Introduction

The Brazilian energy market adopts centralized resource scheduling for its price formation based on a chain of stochastic optimization models [1]. Currently, the majority of risk analysis of this market relies on the marginal price scenarios derived from those models [2–4]. However, since the scenarios are products of operational data and stochastic climate variables, inaccurate hydrological trends and imprecise estimations from power plant data can have a significant impact on the price scenarios used for risk analysis.

Here, we investigate an alternative approach to generate stochastic energy prices based on the month- and year-ahead market prices for the Southeast/Midwest (SE/CO) region, the main market in the Brazilian system, corresponding to 70% of all energy trading in the country in 2019 [5]. It applies stochastic processes widely used

✉ Jefferson R. Amadeu
jefferson.amadeu@gmail.com

[1] Graduate Program on Water, Energy and Environment, University of Campinas, Campinas, Sao Paulo, Brazil

Published online: 08 May 2020

Author's personal copy

in financial and stock markets. Our results, based on simulations, represent more realistic market-based price scenarios, which can be used to design bilateral contracts for power generation and trading companies, as well as a decision tool for risk management.

1.1 Brazilian and international energy markets: selected issues

The Brazilian energy market has high price volatility, which is mainly due to the heavy presence of renewable sources [6], especially hydropower, which in 2019 corresponded to 61% of the installed capacity in the country [7]. Although renewable sources are reliable and have progressively achieved a more competitive cost, they rely on intermittent natural resources such as insolation, wind, and water. In periods of severe droughts, cloudy conditions, and/or low wind velocity, quick-start power plants must be dispatched.

In Brazil, these complementary power plants are usually expensive thermal plants, which implies high energy prices during these short-term operations. Such a trend results in higher volatility of Brazilian energy prices compared with that in other markets, such as Nord Pool [8] (a major European power market in Europe operating in Norway, Denmark, Sweden, Finland, Estonia, Latvia, Lithuania, Germany and the UK as N2EX) (Table 1 and Fig. 1).

1.2 Brazilian market regulatory framework

Currently, the Brazilian electricity market has several participating agents. They are divided into two distinct contracting environments, the Regulated Contracting Environment (ACR) and the Free Contracting Environment (ACL, based on wholesale competition dynamics). The prices in ACR are defined via reverse auctions where the offers with the lowest price sell energy to distributing companies, and this cost is passed through to the final consumers with tariffs regulated by the Brazilian Electricity Regulatory Agency (ANEEL). Under the ACL, the prices are freely determined via bilateral agreements between energy sellers (typically power generators and traders) and buyers (typically traders or large commercial and industrial consumers).

Then, energy contracts are registered by the Electric Energy Trading Chamber (CCEE) [9]. This chamber is also responsible for metering the amount of energy produced or consumed by every market participant and for calculating the balance between energy resources (purchase and generation) and its requirements (consumption and sales). Balance differences are then settled by the weekly price, called the settlement price of differences (PLD).

The PLD is used for clearing the energy not covered by bilateral contracts. Therefore, the short-term market in Brazil is neither a bid-offer pool nor a day-ahead market. The PLD is calculated weekly by the CCEE through the same chain of stochastic optimization models that are used by the National System Operator (ONS), which incorporates the system operation costs into market prices. As an example, a dry hydrological situation usually represents low reservoir levels and the need for

Author's personal copy

Table 1 Brazil and Nord Pool/N2EX market prices

Market	Country	Region	Length of the time series (months)	Average price (BRL/MWh)	Standard deviation (BRL/MWh)	Coefficient of variation (%)
	Brazil	SE/CO	195	168.02	190.79	114
		S	195	165.05	188.30	114
		NE	195	168.10	187.48	112
		N	195	146.52	172.90	118
Nord Pool Elspot	Sweden	SE	130	104.47	42.58	41
		SE1	93	115.59	42.92	37
		SE2	93	115.62	42.89	37
		SE3	93	117.02	43.05	37
		SE4	93	120.56	44.08	37
	Finland	FI	223	114.94	42.98	37
	Denmark	DK1	223	108.73	36.38	33
		DK2	223	114.60	42.40	37
	Norway	Oslo	223	103.94	44.81	43
		Kr. sand	223	102.99	43.85	42
		Bergen	223	102.96	44.17	43
		Molde	223	108.98	43.36	40
		Tr. heim	223	108.97	43.36	40
		Tromsø	223	106.81	43.06	40
	Germany	KT	46	127.43	35.31	28
	Estonia	EE	112	128.94	38.55	30
	Latvia	LV	73	163.02	41.66	26
	Lithuania	LT	85	157.77	41.18	27
N2EX	UK	UK	42	220.08	51.38	23

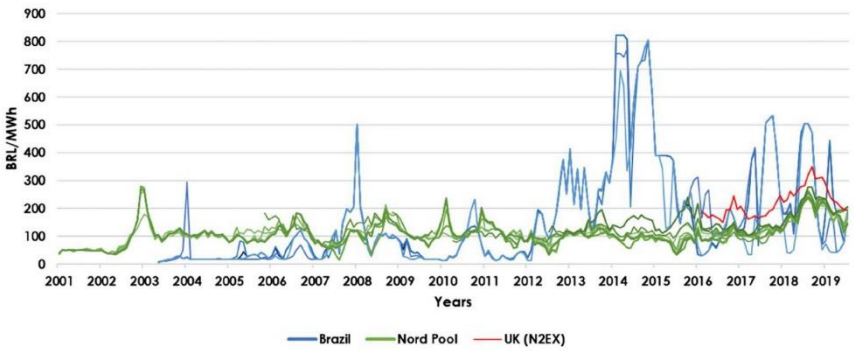


Fig. 1 Range of Brazil (blue), Nord Pool (green) and N2EX (red) electricity spot prices in Brazilian currency

Author's personal copy

power generation via thermal plants, whose fuel cost will cause a possible increase in the PLD.

Although contracts are freely traded among market participants, the PLD ultimately has a major impact on the pricing of these contracts. This can be due mainly to shorter-term supplies, where the market participant might face high risks by being exposed in the short-term market (MCP) to the PLD. Thus, forward contracting is a powerful hedging tool [10] that minimizes exposures to the high volatility of short-term prices.

At the beginning of 2019, the PLD ranged from 140 BRL/MWh in the first week of January 2019 to over 500 BRL/MWh in the third week of February 2019, leading to some trading companies having negative exposure to the PLD (short position) out of the market [11], and a major market security discussion took place at the main Brazilian energy institutions [12]. These events show the importance of a robust model capable of capturing extreme possible price scenarios for risk management and commercial decision making.

1.3 Forward price formation

Usually, commodities are storable, which gives the producers the potential to sell the product in higher-price periods [13]. Different from most commodities, produced electricity is nonstorable in significant quantities; instead, the energy is instantly consumed. Consequently, the price of this good depends on offer and demand at the time of supply, and there is a deadline for decision making. This market behavior leads to high-risk operation for every company on electric markets [14]. Medium-to-long-term contracts are essential for strategies to hedge against the volatility of prices close to supply. Such contracts can be closed directly between the producers and the final consumers, but the role of traders as speculators gives liquidity to the market. It boosts commercialization [15] and plays a central role in forming forward prices in this market.

Given that contracts are mainly negotiated bilaterally between the different companies operating in the Brazilian energy market, the actual deal prices are confidential, and historical data collection is a complex task [16]. An alternative way to obtain these data is to use third-party services such as the one offered by Dcide Ltda. EPP [17]. This service, offered since 2012, consists of a web application that collects the weekly price perception of its clients (mainly generators and traders) for contracts based on different supply periods. After this data collection, the software presents its clients with consensus statistical metrics of all the price curves in the system for the given week. They keep their sources confidential during the process and provide the possibility of perceived market price analysis.

The weekly metrics provided by Dcide allow an understanding of the correlations between several variables inherent to the energy market (e.g., PLD) and the different maturities of products offered by this market. They can range from products for the current month (M+0) to longer-term products, with supply start up to four years ahead (Y+4). These properties have led the Dcide curves to be a reference price in the Brazilian energy market.

Author's personal copy

Fig. 2 Observed SE/CO PLD and Dcide Forward Curves by Maturity

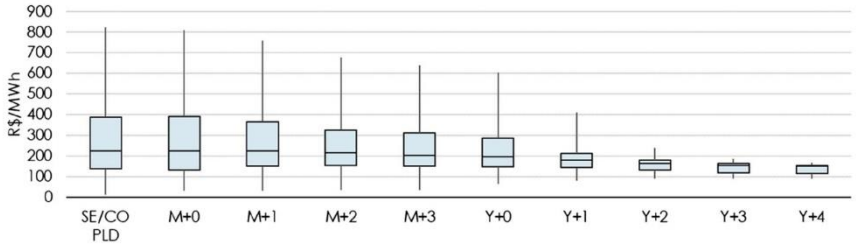


Fig. 3 Boxplot of forward product price by maturity

The cost of buying in the short-term market can be up to eight times higher than purchase opportunities in years prior to the supply (Fig. 2). As an example, at the beginning of 2014, there was a supply period for which 2012 Dcide prices were close to 100 BRL/MWh (product Y+2), but the Southeast/Midwest (SE/CO) PLD observed at the time of supply was as high as 800 BRL/MWh. Over time, there is a trend for the product volatility to progressively increase as it becomes nearer to the supply period (Fig. 3).

In addition to Dcide projections, other volatile factors influence prices. These factors include the marginal cost of expansion (CME) [18] and regulated energy auctions. The former reflects the theoretical price of system expansion caused by the construction of new power plants, and the latter represents public sales promoted by the Brazilian government for distribution companies' years-ahead supply of both existing power plants (Y+0 to Y+2 maturities) and new power plants (Y+3 to Y+6 maturities). These auction results are published by the CCEE. The prices for the last eight years are plotted by maturity in Fig. 4.

Since the frequency of the publicly regulated auctions is low (normally one per year for each maturity), there are few data to support an analysis of the correlation between those results and the forward prices. Additionally, each auction promotes competition between different sources of energy, demanding a wider study of the impacts of these auctions results and market prices. However, in the free market, there is an expectation of a high influence on consumers' perception of price shortly

Author's personal copy

Fig. 4 Regulated auction average energy prices by maturity (BRL/MWh)

after the public auction results since these prices are the break-even point for a regulated consumer decision regarding migrating to the free market.

1.4 Stochastic model

A proper risk measure and commercialization plan in any energy market must ensure accurate modeling of future prices. Additionally, correct modeling of multiple products with time-varying variances and correlations is of great importance for risk management [19]. This work proposes the use of Monte Carlo simulations of geometric Brownian motion (GBM) for the generation of stochastic series of forward energy prices.

In different markets, processes such as Monte Carlo simulation are widely used in risk analysis and portfolio optimization [20, 21]. This simulation is applied to stochastic processes, seeking to emulate possible numerical results of a business rule or a model by random sampling of its explanatory variables. Several studies of commercialization risk in energy markets propose the use of this methodology, such as the works of Vazquez, Barquin and Batlle [22] and Pinheiro-Neto, Domingues, Alves and Calixto [23].

GBM is a stochastic process widely used in Monte Carlo simulations of derivatives, time series generation [24], and the famous stock market price modeling in Black–Scholes models [25]. It is also possible to modify the GBS process to consider correlations between the variables based on Cholesky decomposition of the series [26, 27].

Author's personal copy

2 Methodology

2.1 Data normalization

First, historical weekly data obtained with Dcide were organized by maturity (m). Then, the log returns $X_{t,m}$ were calculated for each week t of the available history, excluding the first week, according to Eq. (1).

$$X_{\mathrm{t,m}} = ln\left(\frac{x_{t,m}}{x_{t-1,m}}\right) \tag{1}$$

2.2 Geometric Brownian motion

The GBM for an m maturity forward price with an initial value of $X_{0,\mathrm{m}}$, average log-return μ_m, and standard deviation σ_m t weeks ahead can be obtained by (2).

$$X_{t,m} = X_{0,m}e^{\left(\left(\mu_m - \frac{\sigma_m^2}{2}\right)t + \sigma_m \varepsilon \sqrt{t}\right)} \tag{2}$$

where ε is a normally distributed random variable. For the multivariable version of GBM used in this work, the distributions of each random variable were correlated through a correlation matrix C. The simulation of the correlated Gaussian random numbers is made possible by performing Cholesky decomposition of the correlation matrix C, as defined by the equation $\mathrm{C} = \mathrm{LL}^{\mathrm{T}}$, where L is a lower triangular matrix.

The Cholesky algorithm, also known as the square root method, defines the terms $\mathrm{l_{i,j}}$ of the matrix L as functions of the terms $\mathrm{c_{i,j}}$ of matrix C according to Eqs. (3) to (6).

$$l_{1,1} = \sqrt{c_{1,1}} \tag{3}$$

$$l_{j,1} = \frac{c_{j,1}}{l_{1,1}}, \quad j \in [2, n] \tag{4}$$

$$l_{i,i} = \sqrt{c_{i,i} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{i,p}^2}, \quad i \in [2, n] \tag{5}$$

$$l_{j,i} = \frac{\left(c_{j,i} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{i,p} l_{j,p}\right)}{l_{i,i}}, \quad i \in [2, n-1], \quad j \in [i+1, n] \tag{6}$$

The correlated random numbers in (2) are then obtained via $\varepsilon = \mathrm{LZ}$, where Z is a vector of independent and identically distributed (iid) standard Gaussian random numbers.

Author's personal copy

Table 2 Log-return observations (n), average (μ), and standard deviation (σ) obtained for the log returns for each maturity for the whole forward price historical dataset

	M+0	M+1	M+2	M+3	Y+0	Y+1	Y+2	Y+3	Y+4
n	396	396	396	396	396	396	396	396	396
μ	0.00347	0.00384	0.00377	0.00384	0.00365	0.00245	0.00188	0.00154	0.00136
σ	0.20357	0.16146	0.13631	0.10667	0.09012	0.04353	0.02263	0.01467	0.01287

Table 3 MSE for 4 weeks ahead

	Optimal Order	M+0	M+1	M+2	M+3	A+0	A+1	A+2	A+3	Y+4
MSD	52 weeks	3.84	1.64	0.86	0.42	0.47	0.30	0.11	0.02	0.01
EWMA	λ=94%	4.62	1.78	0.84	0.46	0.57	0.40	0.13	0.03	0.01

3 Results and discussion

3.1 Time-series analysis

In Table 2 we report that all maturities have a near zero average log return, indicating a stationary trend of prices between weeks. Additionally, as expected, the standard deviation for each maturity decreases for longer supply dates due to the weaker correlation with PLDs.

To include a time-varying volatility parameter in the GBM model, σ was estimated using both the moving standard deviation (MSD) and exponentially weighted moving average (EWMA) for each maturity. A range of 1 to 60 past weeks was tested for the MSD, while a λ between 80 and 99% was used for the EWMA. The mean squared error (MSE) between the resulting σ for both techniques and the σ observed in the period of 4 weeks ahead was calculated in order to determine the optimal tool for model volatility. The best fit for MSD was 52 weeks, while for EWMA, it was λ=94%. The MSD was selected for this work due to lower MSE values, as shown in Table 3.

The correlation matrix for each maturity of forward price curves is shown in Table 4. Given that the monthly price of M+0 trends to the average of the PLDs calculated by CCEE throughout the month for each week, the expectation of prices for the coming months is not strongly correlated with that of the current month. A sudden change in PLD in the last week of a month has a smaller impact on M+0 average price but a large impact on all subsequent maturities.

3.2 Forecast series

With the modeling proposed in this work, it is possible to generate n stochastic series of each maturity product for t weeks ahead. The results presented in this section consist of a total of 2000 future series for each maturity, the same number of

Author's personal copy

Table 4 Forward price correlation matrix

	M+0	M+1	M+2	M+3	Y+0	Y+1	Y+2	Y+3	Y+4
M+0	1.000	0.380	0.325	0.357	0.315	0.187	0.253	0.252	0.270
M+1	0.380	1.000	0.861	0.794	0.694	0.336	0.272	0.274	0.252
M+2	0.325	0.861	1.000	0.859	0.748	0.354	0.293	0.319	0.296
M+3	0.357	0.794	0.859	1.000	0.873	0.411	0.315	0.340	0.312
Y+0	0.315	0.694	0.748	0.873	1.000	0.483	0.330	0.333	0.315
Y+1	0.187	0.336	0.354	0.411	0.483	1.000	0.825	0.719	0.602
Y+2	0.253	0.272	0.293	0.315	0.330	0.825	1.000	0.855	0.750
Y+3	0.252	0.274	0.319	0.340	0.333	0.719	0.855	1.000	0.883
Y+4	0.270	0.252	0.296	0.312	0.315	0.602	0.750	0.883	1.000

series generated by the Brazilian chain of stochastic optimization models used by CCEE and ONS.

From March to June 2018, Brazilian market prices had high volatility due to hydrology. Figure 5 shows a back test with 200 sample series generated for 4 weeks ahead of March 5th, 2018, along with the 95% confidence interval calculated for the whole 2000-point series in each maturity, the actual reference week prices and the prices observed 4 weeks later by Dcide. It is possible to observe that the model managed to capture the high volatility of those weeks and the actual observed forward prices on April 4th were within the 95% confidence interval of the generated series.

Another back test is shown in Fig. 6, with series generated for twelve weeks ahead of April 2nd, 2018. In this series, the prices for these twelve weeks exhibited a strong uptrend, with the actual prices observed by Dcide on June 25th, 2018, reaching values close to the 95% confidence interval upper bound of the generated series.

Figures 7 and 8 show the adherence for one and two weeks ahead of the week of January 14th, 2019, a period in which some energy trading companies in short position experienced major risk issues in Brazil. Again, the price scenarios have a proper distribution, showing the real observations of prices close to the confidence interval of 95% of the generated series.

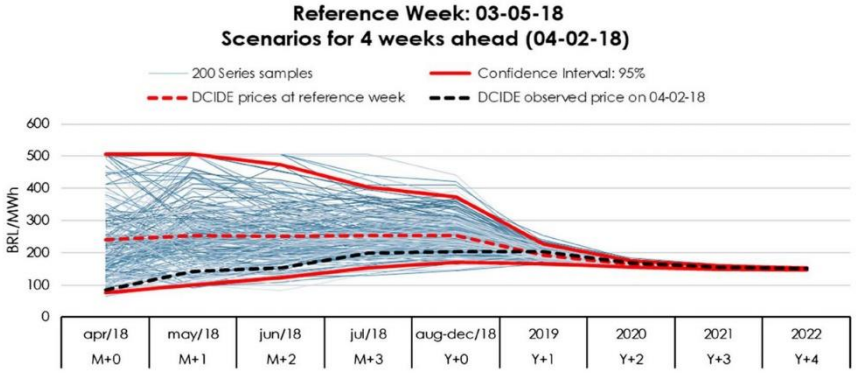


Fig. 5 Series generated based on March 5th, 2018, prices for 4 weeks ahead

Author's personal copy

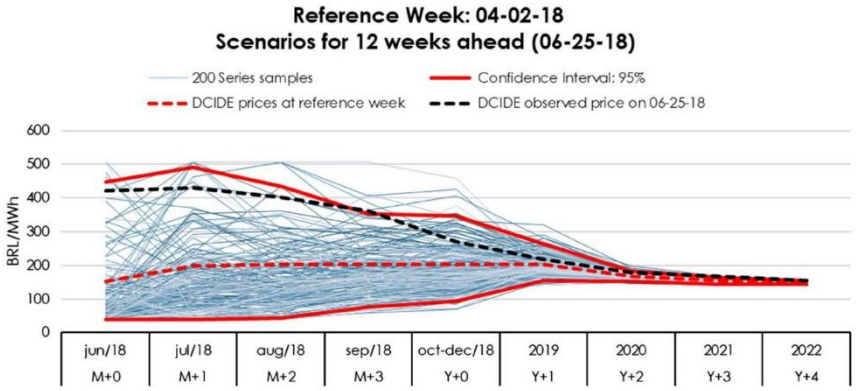


Fig. 6 Series generated based on April 2nd, 2018, prices for 12 weeks ahead

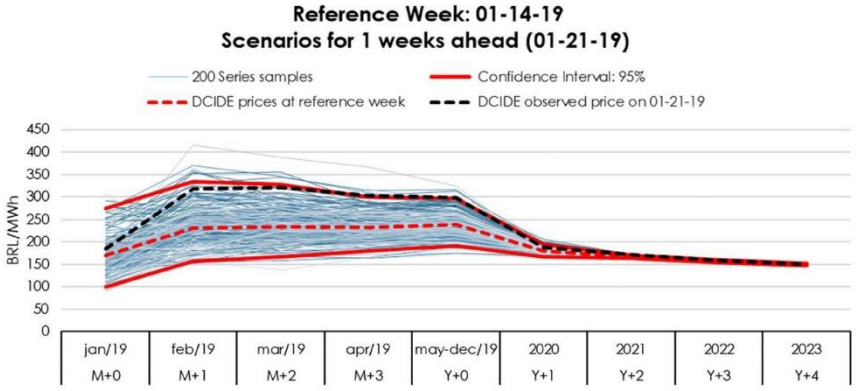


Fig. 7 Series generated based on January 14th, 2019, prices for one week ahead

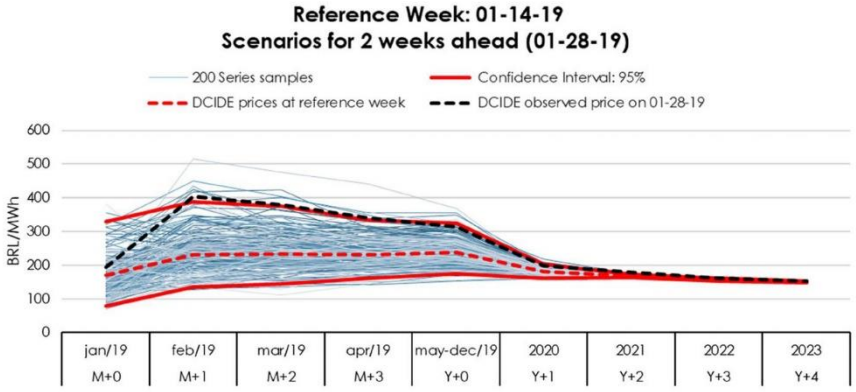


Fig. 8 Series generated based on January 14th, 2019, prices for two weeks ahead

Author's personal copy

The model was back tested for 322 weeks from December 31st, 2012, to February 25th, 2019, and Table 5 shows the frequency of price realizations outside the 95% confidence interval for all maturities for series generated for one to sixteen weeks ahead.

The result of the back testing shows that the Monte-Carlo simulations for one week ahead presented lower error in comparison to scenarios for farthest weeks and managed to correctly reproduce the price volatility for all maturities. The M+0 maturity had a better overall result of back testing, with 6% of real prices outside the 95% confidence interval for 1–2-week-ahead simulations.

Additionally, maturities for a later supply start and lower volatility exhibit larger errors for more-than-4-weeks-ahead simulations. This can indicate the necessity of modeling other parameters, such as the regulated auction prices, which results in better estimation of prices.

Since the main risks of commercialization are present at expositions on a short-term basis, the back-test results show that the proposed model is appropriate for risk modeling.

4 Conclusion

Here, we proposed a model with suitable performance validated based on historical records. It can be used as an alternative solution to significantly improve relevance in the analysis of energy trading risk in the Brazilian market. It also properly captures the high price volatility and the correlation between future prices and short-term prices.

In summary, the main contributions of the proposed methodology are the following: (a) to improve the models for risk analysis when estimating forward prices in the Brazilian electricity market, based on a sound probabilistic framework; (b) to keep the historical properties of the observed time series of prices in the set of stochastic series, thus providing reliable and useful applications in the trading business; and (c) to mitigate the dependence on estimated future PLDs as the main proxy of

Table 5 Frequency of price realizations outside the 95% confidence interval

		Maturity								
	Weeks Ahead	**M+0**	**M+1**	**M+2**	**M+3**	**Y+0**	**Y+1**	**Y+2**	**Y+3**	**Y+4**
Weeks with real prices outside the 95% confidence interval	**1**	18	17	18	25	27	18	15	15	12
	2	19	21	28	39	34	29	27	29	31
	4	23	28	33	47	48	47	43	56	56
	8	29	31	46	61	58	74	57	83	76
	12	33	36	49	77	66	74	68	109	102
	16	22	40	52	74	68	85	83	127	122
% of weeks outside the confidence interval	**1**	6%	5%	6%	8%	8%	6%	5%	5%	4%
	2	6%	7%	9%	12%	11%	9%	8%	9%	10%
	4	7%	9%	10%	15%	15%	15%	13%	18%	18%
	8	9%	10%	15%	19%	18%	23%	18%	26%	24%
	12	11%	12%	16%	25%	21%	24%	22%	35%	33%
	16	7%	13%	17%	24%	22%	28%	27%	41%	40%

Author's personal copy

future prices, which sometimes is easier for traders but results in large errors and financial damage according to empirical evidence.

Possible uses for this work are (a) estimating market exposition risk by calculating risk indicators such as the expected shortfall and value at risk and (b) input scenarios for a portfolio optimization model for energy trading decision making. Future related work may include the following: (a) to repeat the investigation using other Brazilian forward energy price data sources, since Dcide prices represent the companies' perceptions or desires for prices and not the prices for effectively signed contracts, a fact that may distort the prices due to possible manipulations, and (b) to study the correlation and possible parametrization of future supply prices with other system variables, such as the prices of regulated auctions, marginal cost of expansion and distributed generation cost.

References

1. Barroso, L.A., Cavalcanti, T.H., Giesbertz, P.: Classification of electricity market models worldwide. International Symposium CIGRE/IEEE PES. IEEE, pp 9–16 (2005)
2. Melo, A.C., Rodrigues, A.F., Batista, F.R., Marzano, L.G.B., Maceira, M.E.P.: Estratégias dominantes de contratação de usinas hidroelétricas no Brasil considerando incertezas hidrológicas. Cadernos do IME-Série Estatística **45**, (2018)
3. Nascimento, F.B., Olivi, L.R., Lima, L.H.L.: Multi-step forecasting of the Brazilian energy market price using autoregressive neural networks. Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE) (2018)
4. de Oliveira, A.M.B., Mandal, A., Power, G.J.: A primer on the pricing of electric energy options in Brazil via mean-reverting stochastic processes. Energy Rep. *5* (2019)
5. CCEE: InfoMercado Mensal Dados Gerais (2019) [Online]. Available: https://www.ccee.org.br/portal/faces/pages_publico/oquefazemos/infomercado. [Accessed 1st March 2020].
6. Castro, N., Brandão, R., Hubner, N., Dantas, G., Rosental, R.: A Formação do preço da energia elétrica: Experiências internacionais e o modelo brasileiro. p. 64, (2014)
7. ANEEL.: Banco de Informações de Geração - BIG, 2019. [Online]. Available: https://www2.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm. [Accessed 31st January 2019].
8. Nord Pool.: 2019. [Online]. Available: https://www.nordpoolgroup.com/Market-data1/. [Accessed 3rd February 2019].
9. CCEE.: Procedimentos de Comercialização, 2019. [Online]. Available: https://www.ccee.org.br/portal/faces/oquefazemos_menu_lateral/procedimentos. [Accessed 30th January 2019].
10. Cramton, P.: Electricity market design. Oxford Rev Econ Policy **33**(4), 589–612 (2017)
11. Reuters.: Disparada nos preços de energia atinge comercializadora e gera tensão no mercado, [Online]. Available: https://br.reuters.com/article/businessNews/idBRKCN1PQ5ST-OBRBS. [Accessed 1st February 2019].
12. Reuters.: CCEE e Aneel propõem regras mais duras na comercialização de energia, [Online]. Available: https://br.reuters.com/article/businessNews/idBRKCN1SS2VU-OBRBS. [Accessed 22nd May 2019].
13. Fjeldskår, H: Modeling of forward contracts in electricity markets (Master's Thesis) (2009)
14. Falbo, P., Felletti, D., Stefani, S.: Electricity futures. The world scientific handbook of futures markets, 2016, pp. 545–565
15. Mayon, P., Parodi, M.: Setor elétrico brasileiro 2012–2018: Resiliência ou Transição? (2018)
16. Leme, H., Hansen, P., Hotta, L.K., Zevallos, M.: A forward price curve in the brazilian electricity market: capture and analyses. (2015)
17. Dcide.: 2019. [Online]. Available: https://www.dcide.com.br/. [Accessed 5th January 2019].
18. EPE.: Custo Marginal de Expansão do Setor Elétrico Brasileiro, Metodologia e Cálculo, www.epe.gov.br, 2018.
19. Shirota, S., Omori, Y., Lopes, H.F., Piao, H.: Realized stochastic volatility model (2015)

Author's personal copy

20. Rockafellar, R.T., Uryasev, S.: Optimization of conditional value-at-risk. J Risk p. 2 (2000)
21. Vespignani, J., Kang, W., Ratti, R.: Global commodity prices and global stock volatility shocks (2018)
22. Vazquez, M., Barquin, J., Batlle, C.: Electricity forward and volatility curves computation based on Monte Carlo simulation. 9th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems KTH, Stockholm, Sweden (2006)
23. Pinheiro-Neto, D., Domingues, E.G., Alves, A.J., Calixto, W.P.: Investment risk analysis for small hydro power plants in the short term market in Brazil. In 2017 CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies (CHILECON), Pucon, (2017)
24. Giambiagi, F., Tavares, F.: Derivativos e risco de mercado (2018)
25. Black, F., Scholes, M.: The pricing of options and corporate liabilities. J Polit Econ, pp 637–654 (1973)
26. Brezinski, C.: La méthode de Cholesky. Revue d'histoire des Mathématiques **11**, 205–238 (2015)
27. Steele, D.: Modelling spot and forward prices for energy companies (2010)

ANEXO II – CÓDIGO FONTE PL

```
import pandas as pd
import numpy as np
from scipy.optimize import linprog
import time

t= time.time() #tempo de início da otimização

opt_lambda = 0.5     #lambda = 50%
opt_alfa = 0.1       #alfa = 10%
max_purchase = 100    #compra máxima mensal = 100 MWm
max_sale = 100        #venda máxima mensal = 100 MWm
max_exposition = -50*(744+744+29*24)  #exposição máxima

#Lê os dados de entrada
str_file = r'data.xlsx' #arquivo excel com dados de entrada
fwd_series = pd.read_excel(str_file,sheet_name='series') #Matriz S_m,i
n = len(fwd_series.index) #n = número de séries
fwd_actual = pd.read_excel(str_file,sheet_name='fwd') #Vetor F_m
pos = pd.read_excel(str_file,sheet_name='position') #Vetor θ_m
horas = pd.read_excel(str_file,sheet_name='horas') #vetor horas_m

#Calcula restrições
delta_fwd = (fwd_series-fwd_actual.iloc[0]) #Sm,i-Fm
delta_fwd = delta_fwd*horas.iloc[0] #(Sm,i-Fm)*horas_m
pos = pos*horas.iloc[0] #θ_m*horas_m
pos_val = - pos.iloc[0] * fwd_series #-θ_m*horas_m*Sm,i

i = pd.DataFrame(np.identity(n)) #matriz identidade nxn
#nomeia as colunas da matriz i como z1, z2 ... zn
i.columns = ['z{}'.format(k) for k in range(0, n)]
i = i*(-1)

###lado esquerdo das inequações###
#equação 22
lhs_ineq = delta_fwd.copy() #(Sm,i-Fm)*horas_m
lhs_ineq.insert(len(lhs_ineq.columns),"Var",1) #1*Var
lhs_ineq.insert(len(lhs_ineq.columns),"CVar",0) #0*CVaR
lhs_ineq = pd.concat([lhs_ineq,i],axis=1) #-zi

#equação 21: - Var + CVaR + Σzi/(alfa*n) para cada zn
res_CVAR = pd.DataFrame([[0] * len(delta_fwd.columns)
                         +[-1]+[1]+[1/(opt_alfa*n)] * n]
                        ,columns=lhs_ineq.columns)
lhs_ineq = lhs_ineq.append(res_CVAR,ignore_index=True)

#restrição de volume ρ_m*horas_m
res_vol = pd.DataFrame([horas.iloc[0].values.tolist()
                        +[0] * (n+2)]
                       ,columns=lhs_ineq.columns)
res_vol = -res_vol
lhs_ineq = lhs_ineq.append(res_vol,ignore_index=True)

###lado direito das inequações###
rhs_ineq = -pos_val.sum(axis=1) #equação 22
rhs_ineq = rhs_ineq.append(pd.DataFrame([0])
                    ,ignore_index=True) #equação 21
```

```
#volume <= Posição Atual - Exposição máxima
rhs_ineq = rhs_ineq.append(pd.DataFrame([pos.sum(axis=1)
                                         -[max_exposition]])
                           ,ignore_index=True)

###Função objetivo###
obj = pd.DataFrame([opt_lambda * delta_fwd.mean(axis=0)] #pesos ρ_m
                   ,columns=delta_fwd.columns)
obj.insert(len(obj.columns),"Var",0) #0*VaR
obj.insert(len(obj.columns),"CVar",-(1-opt_lambda)) #-(1-lambda)*CVaR
obj_z = pd.DataFrame([[0] * n],columns=i.columns) #0*zi
obj = pd.concat([obj,obj_z],axis=1) #concatena as matrizes

###limites das variáveis de decisão###
bnd = ([(0,0)] #M+0
       +[(-max_sale, max_purchase)]*4 #M+1 a A+0
       +[(0,0)]*4 # A+1 a A+4
       # remove limites para VaR e CVaR
       +[(-float("inf"), float("inf"))]*2
       +[(0, float("inf"))]*n)  # zi >= 0

###otimiza o modelo###
opt = linprog(c=obj, A_ub=lhs_ineq, b_ub=rhs_ineq
              , bounds=bnd, method="revised simplex")

#imprime of resultados
print(opt)
print(opt.fun)
print(opt.success)
print(pd.DataFrame([opt.x[0:len(delta_fwd.columns)]]
,columns=lhs_ineq.columns[0:len(delta_fwd.columns)]))
print(pd.DataFrame([opt.x[len(delta_fwd.columns)+1:len(delta_fwd.columns)+3]]
,columns=lhs_ineq.columns[len(delta_fwd.columns)+1:len(delta_fwd.columns)+3]))

#slava o resultado em .csv
opt_out = pd.DataFrame([opt.x],columns=lhs_ineq.columns)
opt_out = opt_out.append(obj,ignore_index=True)
opt_out = opt_out.append(lhs_ineq,ignore_index=True)
opt_out.to_csv('Output.csv', sep=';', decimal=',')
print(time.time()-t) #tempo de processamento
```